



TROISIEME COLLOQUE SUR LE
TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

50/1

Nice 1^{er} au 5 juin 1971

Fonction de transfert d'un CAG tenant compte de non-linéarités.

Applications à la restitution d'ondes électromagnétiques.

J. BITOUN, J. GIRARD, Y. de JAVEL.

RESUME

La fonction de transfert d'un CAG est obtenue après résolution numérique des équations générales dans lesquelles on fait intervenir certaines non-linéarités des éléments constitutifs. Ces équations permettent de déterminer la valeur des tensions de sortie et de commande en régime permanent ainsi que le comportement de deux ou plusieurs CAG en cascade. On réalise une simulation sur ordinateur en se donnant l'expression mathématique du signal d'entrée. On procède à l'opération inverse en essayant de reconstituer la forme d'ondes électromagnétiques reçues à l'entrée du CAG d'après les signaux observés à la sortie et sur la commande.

SUMMARY

The transfer function of an automatic gain control is obtained after numerical resolution of the general equations in which some non-linearities of the elements are taken into account. These equations yield the values of output and command voltages for the steady state as well as the behaviour of two or several AGC in series. A computer simulation is done with giving the mathematical expression of the input signal. The inverse operation is tried in order that the forms of electromagnetic waves at the AGC input are determined after the observed output and command signals.



Fonction de transfert d'un CAG tenant compte de non-linéarités.

Applications à la restitution d'ondes électromagnétiques.

J. BITOUN, J. GIRARD, Y. de JAVEL

INTRODUCTION.

L'élément amplificateur d'un CAG ayant un gain variable avec l'amplitude des signaux, ce dernier peut se linéariser mathématiquement lorsqu'ils ont une dynamique limitée [1]. Si l'on étudie des phénomènes transitoires à grande dynamique, il faut alors tenir compte de la non-linéarité de tous les organes et il est possible d'analyser mathématiquement le fonctionnement du CAG sans être obligé de recourir à la classique linéarisation [2].

Pour cela, il faut conserver l'expression complète du gain malgré les difficultés supplémentaires qu'entraîne l'introduction de non-linéarités. Mais la résolution des équations générales étant algébriquement impossible, on procède à une résolution numérique (à condition de connaître l'état du système à l'instant initial de fonctionnement). On peut alors tenir compte de n'importe quel type de non-linéarité et réaliser sur calculateur une simulation avec des signaux différents à l'entrée. La fonction de transfert en régime permanent se déduit directement sans faire appel à l'intégration complète des équations. Comme applications on essaye à partir des tensions de sortie de reconstituer les ondes électromagnétiques reçues par fusée ou satellite ionosphérique et qui sont déformées par le CAG.

I. EQUATIONS DE BASE.

Un CAG est constitué (Fig. 1) d'un amplificateur à l'entrée duquel on applique un signal fonction du temps $x(t)$ et dont la tension de sortie y après être amplifiée, détectée et sommée avec une tension continue E est ramenée par l'intermédiaire d'un réseau intégrateur à la commande (de tension z).



y est donnée en fonction de x et de z sous la forme :

$$y = f(x, z) \quad (1)$$

Le choix de f impose ou non la linéarisation du système. Dans la suite son expression exacte restera indéterminée. Les variations de z à la sortie du circuit intégrateur (ou de tout autre réseau agissant de manière similaire) s'expriment à partir de la somme :

$$u = a(y) + E \quad (2)$$

a(y) étant la valeur de y après amplification.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{RC} [u - z] \quad (3)$$

Le système d'équations à résoudre est par conséquent :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = \frac{1}{RC} [a(y) + E - z] \\ y = f(x, z) \\ x = x(t) \end{cases} \quad (4)$$

On se donne un intervalle de temps compris entre t_0 et t quelconques pendant lequel on intègre numériquement le système (4), connaissant les conditions initiales à l'instant t_0 . Il suffit pour cela de savoir déterminer deux des trois valeurs x_0 , y_0 , z_0 la troisième s'en déduisant par l'intermédiaire de l'équation :

$$y_0 = f(x_0, z_0) \quad (5)$$

Cependant si x_0 représente la valeur moyenne du bruit b à l'entrée, il n'est pas nécessaire de connaître 2 valeurs



initiales mais une seule, y_0 ou z_0 , pour déterminer les conditions initiales, car

$$\frac{dz}{dt} = 0 \quad (6)$$

On combine donc les deux équations simples :

$$\begin{cases} a(y_0) + E - z_0 = 0 \\ y_0 = f(b, z_0) \end{cases} \quad (7)$$

dont la solution constitue le point de départ de l'intégration du système (4).

II. CAG EN SERIE.

On place deux CAG ayant la même fonction $f(x, z)$, en série comme l'indique la figure 2. Il s'agit de savoir comment le système d'équations (4) est modifié. Appelons v la tension de sortie du premier CAG. On peut écrire :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = \frac{1}{RC} (u - z) \\ v = f(x, z) \end{cases} \quad (8)$$

v joue pour le second CAG le même rôle que x pour le premier. D'où :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = \frac{1}{RC} (u - z) \\ y = f(v, z) \end{cases} \quad (9)$$



On déduit immédiatement :

$$\begin{cases}
 \frac{dz}{dt} = \frac{1}{RC} (u - z) \\
 y = f(f(x, z), z)
 \end{cases} \quad (10)$$

Cela signifie que la seule modification réside dans la forme de la fonction f dont x a été remplacé par $f(x, z)$. Il est facile de généraliser ce résultat à plusieurs CAG en série.

III. FONCTION DE TRANSFERT.

On suppose que le système fonctionne en régime permanent et l'on se propose de déterminer sa réponse en tension. L'entrée est :

$$x = X \quad (11)$$

Si l'on admet que le temps d'observation est situé après la fin du régime transitoire, les variations de z ainsi que celles de y sont nulles. Il s'agit de trouver

$$y \rightarrow Y$$

$$z \rightarrow Z$$

D'après les équations (4) on a :

$$a(Y) + E - Z = 0$$

$$Y = f(X, Z)$$

La résolution de ce système nous fournit les valeurs des tensions Y et Z en régime permanent.



Les fonctions de transfert sont simplement données par :

$$\begin{cases} G_y = Y/X \\ G_z = Z/X \end{cases} \quad (13)$$

X est exprimé en dB.

IV. APPLICATIONS.

Les applications suivantes servent à l'étude des ondes électromagnétiques captées par une fusée ou un satellite ionosphérique et dont on veut connaître la forme. Suivant les cas leur amplitude est, pendant le temps d'observation, sensiblement constante, rapidement décroissante en fonction du temps, ou somme de deux signaux de fréquences légèrement différentes. On se propose de savoir comment le CAG modifie les formes d'ondes. Celui que l'on choisit ici correspond effectivement à un appareil utilisé en pratique au cours des mesures. C'est en fait deux CAG en série disposés comme l'indique la figure 2. Leur fonction est :

$$f(x, z) = \alpha \exp(-\beta z)x$$

z est la tension de commande par rapport à la polarisation E qui fixe le niveau d'amplification. Les courbes d'étalonnage ont donné :

$$\begin{cases} \alpha = 58 \\ \beta = 1.23 \cdot 10^{-2} \end{cases}$$

Les tensions sont exprimées en mV.

D'après ce que l'on a dit en II, la nouvelle fonction est :

$$\begin{aligned} f(f(x, z), z) &= \alpha \exp(-\beta z) \cdot (\alpha \exp(-\beta z) x) \\ &= \alpha^2 \exp(-2\beta z)x \end{aligned}$$



En outre :

$$\begin{cases} a(y) = 4.4 y \\ E = 2300 \text{ mV} \\ RC = 1.6 \cdot 10^{-2} \text{ s} \end{cases}$$

1) Régime permanent.

L'entrée est de la forme :

$$x = X \cos \omega t$$

La fréquence porteuse est de l'ordre de 450 kHz et l'on fait varier X de 10 à 60 dB par rapport à 0.01 mV. On relève les valeurs expérimentales de Y et Z représentées sur la fig. 3 avec leur barre d'erreur. On trace sur le même graphique les courbes théoriques pour des différents; la meilleure valeur est $1.80 \cdot 10^{-2}$.

2) Régimes transitoires.

On applique à l'entrée du CAG la tension :

$$x = X_0 |1 - \exp(-t/\tau)|$$

La réponse de y et z est représentée à la figure 4, pour : $X = 1 \text{ mV}$ et $\tau = 3 \text{ ms}$. On constate que y passe par un maximum pour décroître ensuite vers son régime permanent et que z croît jusqu'à sa valeur finale en même temps que x.

Examinons à présent la réponse du CAG lorsque l'amplitude de x décroît. Signalons qu'il arrive que physiquement l'amplitude de certaines ondes électromagnétiques subisse une décroissance rapide suivie d'une deuxième décroissance plus lente (3) ; comme l'indique x sur la figure 5. Ce double phénomène qui est lié aux résonances de plasma excitées dans l'ionosphère est observable au moyen de fusées (4). On remarque, d'après la figure que les variations de x sont assez bien reproduites par celle de z.

3) Somme de deux signaux.

Lorsque certaines conditions de propagation sont remplies (5), l'onde qui se présente à l'entrée du récepteur est la somme de deux signaux d'amplitudes voisines - ou non - et de fréquences légèrement différentes; ce qui donne lieu à des battements. On a

$$y = a \cos 2\pi ft + b \cos 2\pi (f + \Delta f)t$$



Le rapport $r = b/a$ peut varier entre 0.5 et 1. Les figures 6, 7, 8 et 9 correspondent à $r = 0.5$ avec Δf valant respectivement 5, 10, 50 et 200 Hz. Des remarques simples peuvent être formulées à propos de la réponse en z et en y :

- Bien que f_c , la fréquence de coupure du circuit intégrateur, soit de 10 Hz ($1/2 \pi RC$) le signal z n'est pas filtré lorsque sa fréquence est bien supérieure à f_c . Ce qui semble indiquer que la boucle du CAG a pour effet de diminuer la constante de temps RC à environ 1/4 de sa valeur dans le cas présent.
- Lorsque les effets de filtrage n'interviennent pas on observe, toujours sur z , des déformations attribuées à une influence logarithmique découlant du choix de la fonction $f(x, z)$.
- La tension y subit les effets inverses de ceux de z c'est-à-dire que sa modulation est très atténuée aux basses fréquences et n'est pas filtrée aux moins basses.
- Il convient aussi de noter que les trois signaux x , y et z sont déphasés entre eux.

CONCLUSION.

Le type de non-linearités que l'on a fait intervenir pour illustrer les quelques exemples précédents ne limite pas le domaine d'application de la simulation numérique du CAG; on s'est efforcé de conférer un caractère assez général aux expressions algébriques qui traduisent son fonctionnement. L'analyse effective de signaux observés doit être précédée auparavant d'une étude décrivant le comportement du CAG ainsi que les effets de ce dernier sur les amplitudes. De cette manière il est possible de procéder à une comparaison permettant de déduire l'enveloppe des ondes effectivement reçues. A ce sujet, on envisage sur le plan technique de trouver le moyen simple de réduire les pointes de tension qui apparaissent au cours du régime transitoire. Par ailleurs, l'étude de la répartition spectrale des tensions de sortie indiquera notamment avec quel degré de précision on sera en droit d'évaluer la fréquence des signaux modulants.



BIBLIOGRAPHIE

- 1 BANTA E.D., "Analysis of an automatic gain control (AGC)", IEEE, Trans. Automatic Control, Vol. AC-9, pp. 181-182, April 1964.
- 2 SIMPSON R.S. and W.H. TRANTER, "Base band AGC in an AM-FM Telemetry System", IEEE Trans. Communication Technology, Vol. COM-18, n° 1, pp. 52-63, Février 1970.
- 3 FEJER J.A. and WAI-MAO YU, "Excitation of plasma resources by a small pulsed dipole in a weakly inhomogeneous plasma", Jol of Geophys. Res., 73, 5577, 1968.
- 4 NIGEL B.A., "First results on ionospheric plasma resonances from a relaxation sounding rocket experiment", à paraître 1971.
- 5 Mc AFEE J.R., "Topside resonances as oblique echoes", Jol of Geophys. Res., 74, 802, 1969.

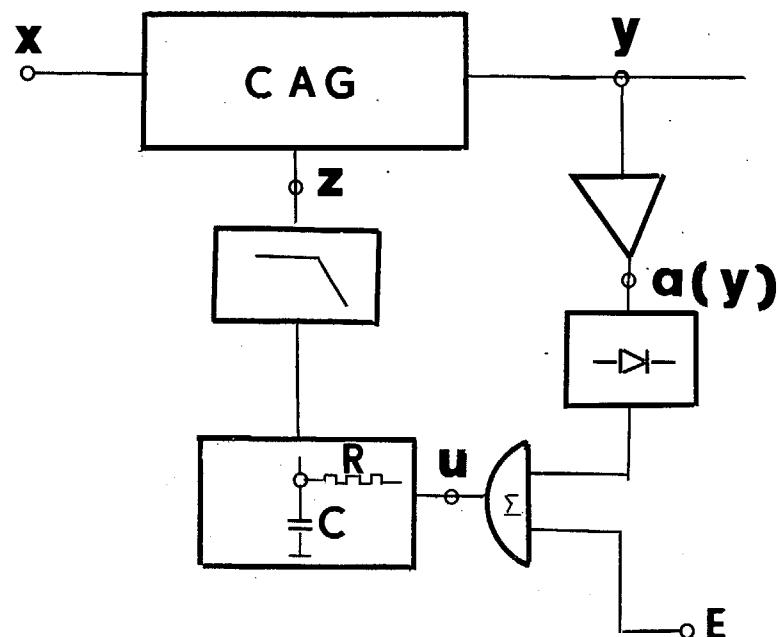


Fig. 1.

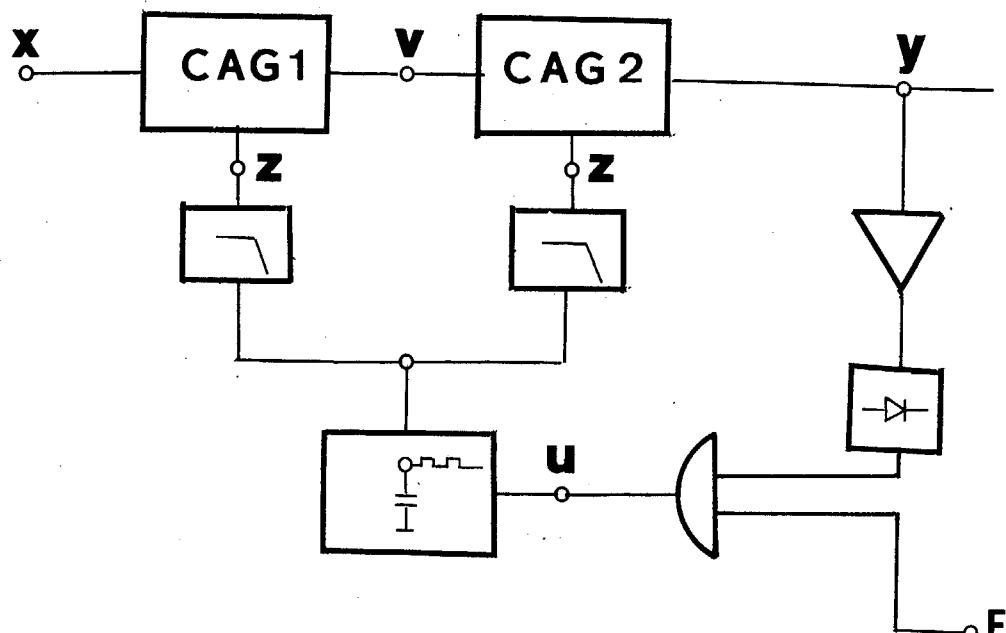


Fig. 2.

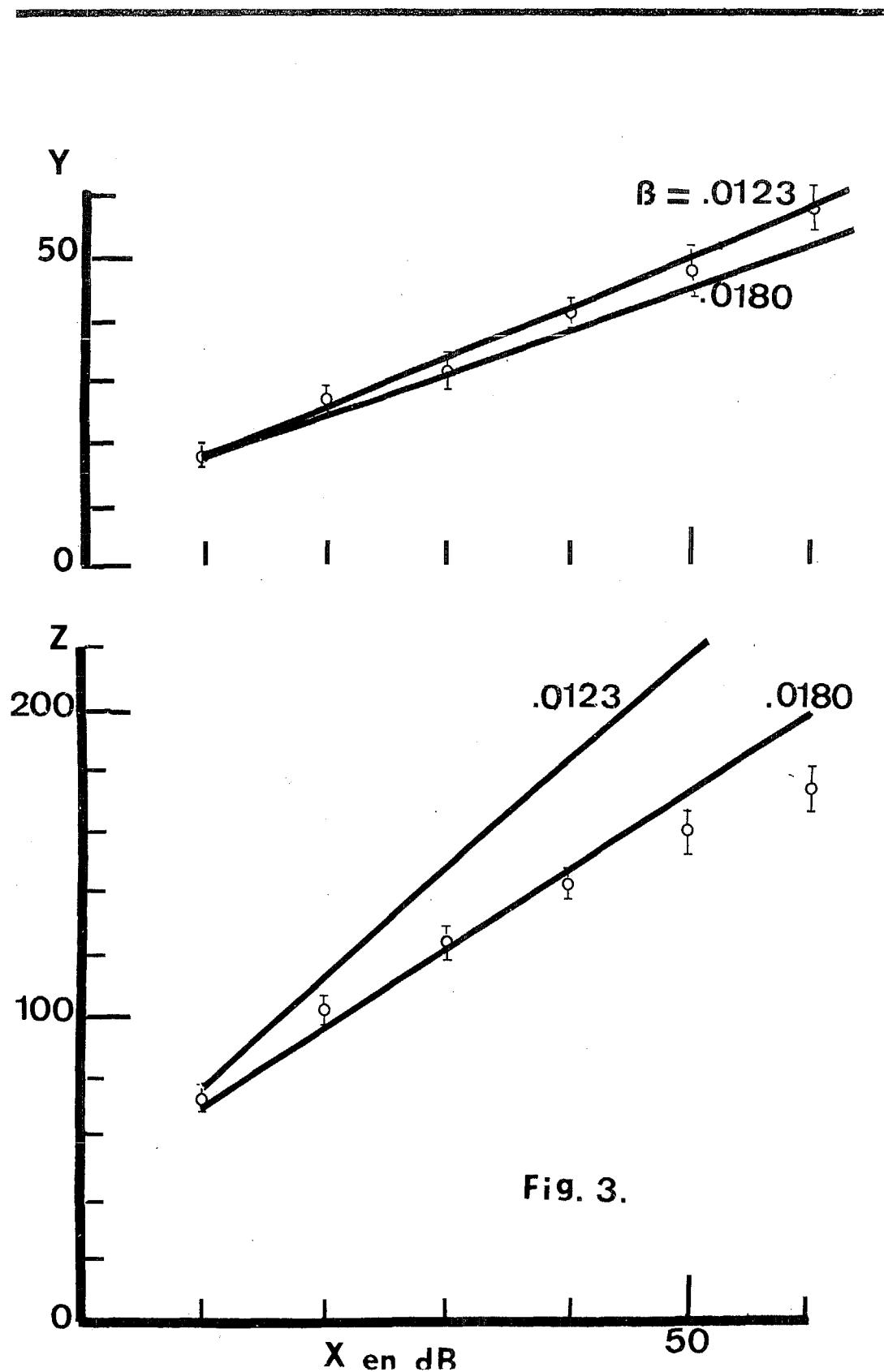


Fig. 3.

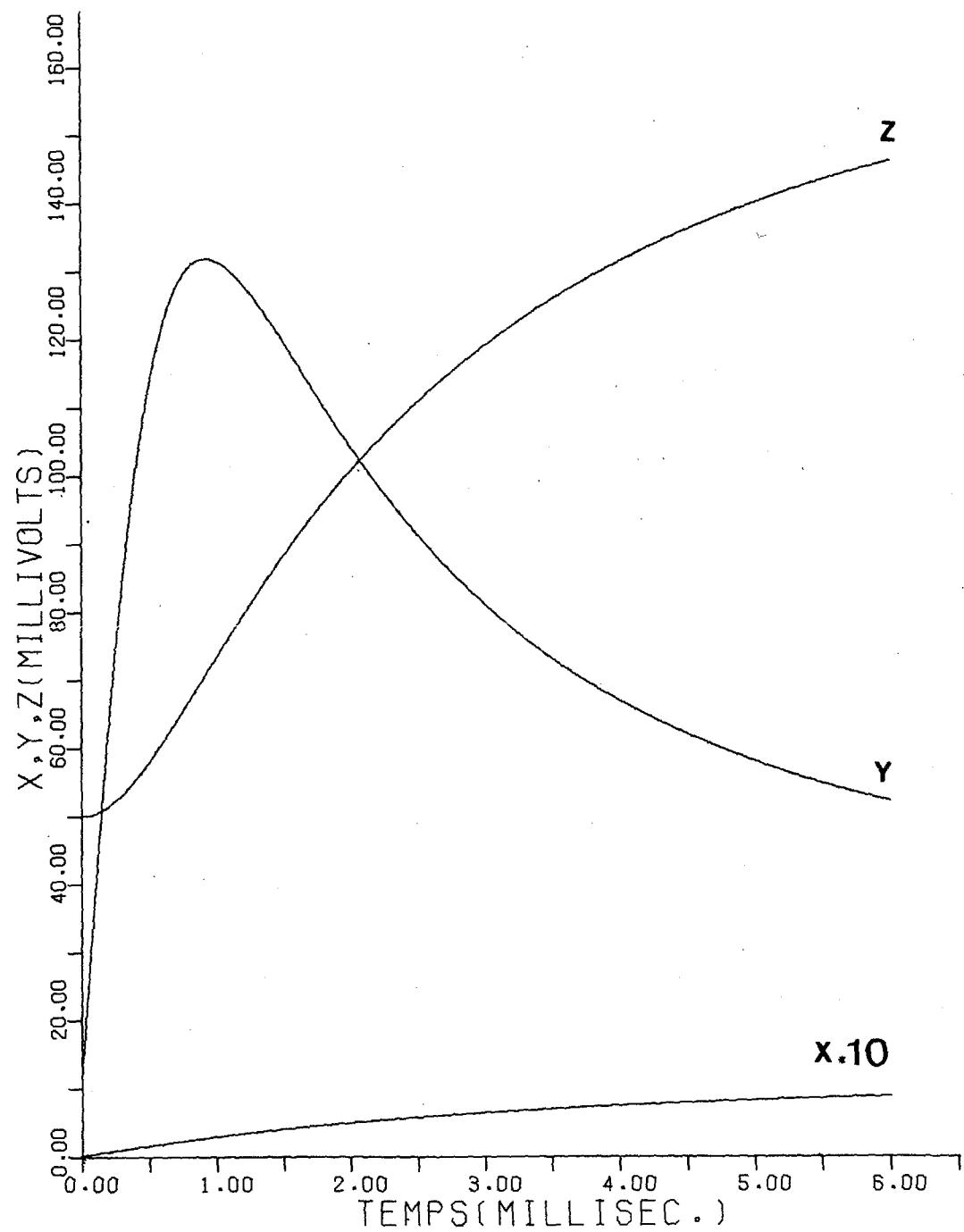
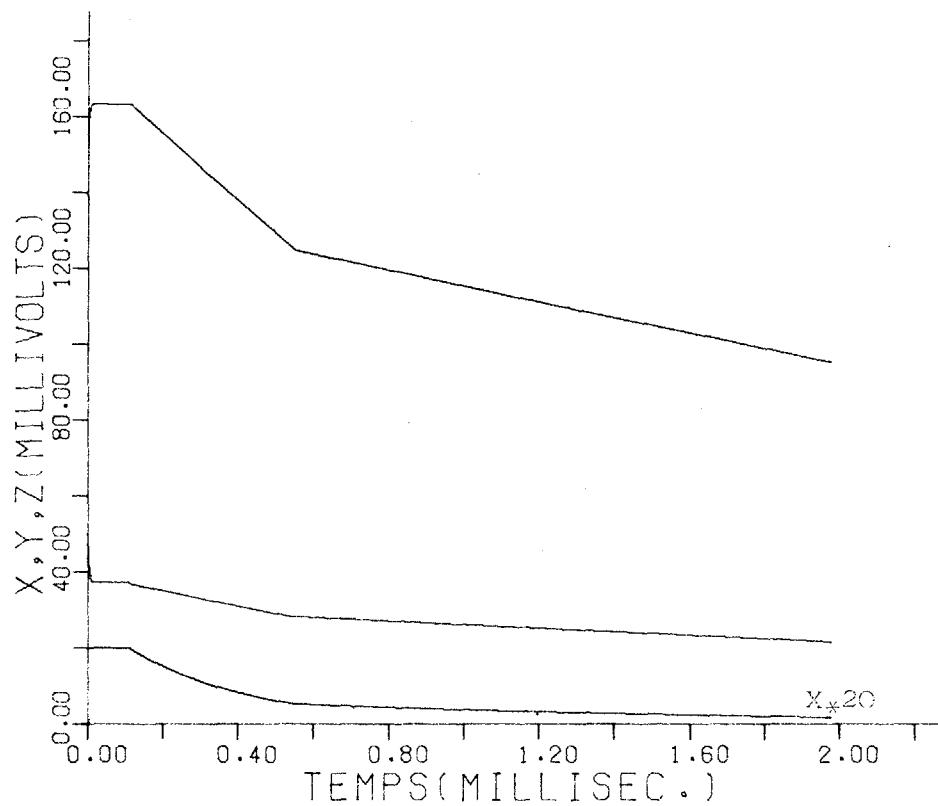
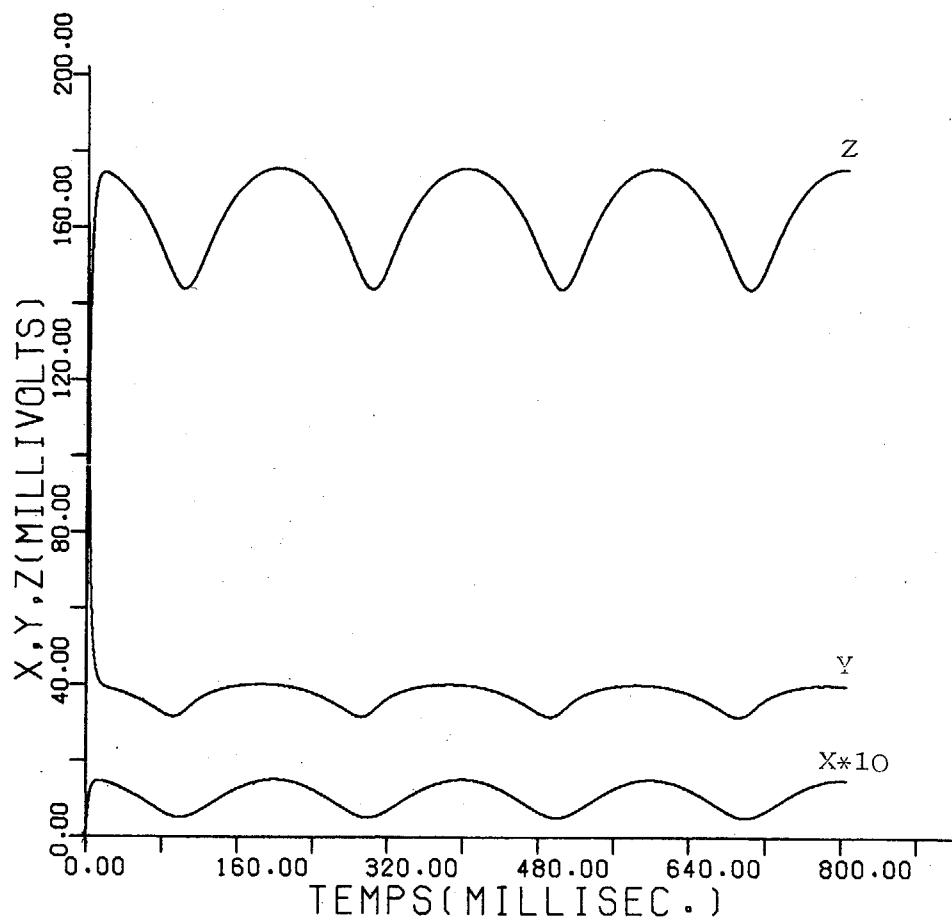


Fig. 4.



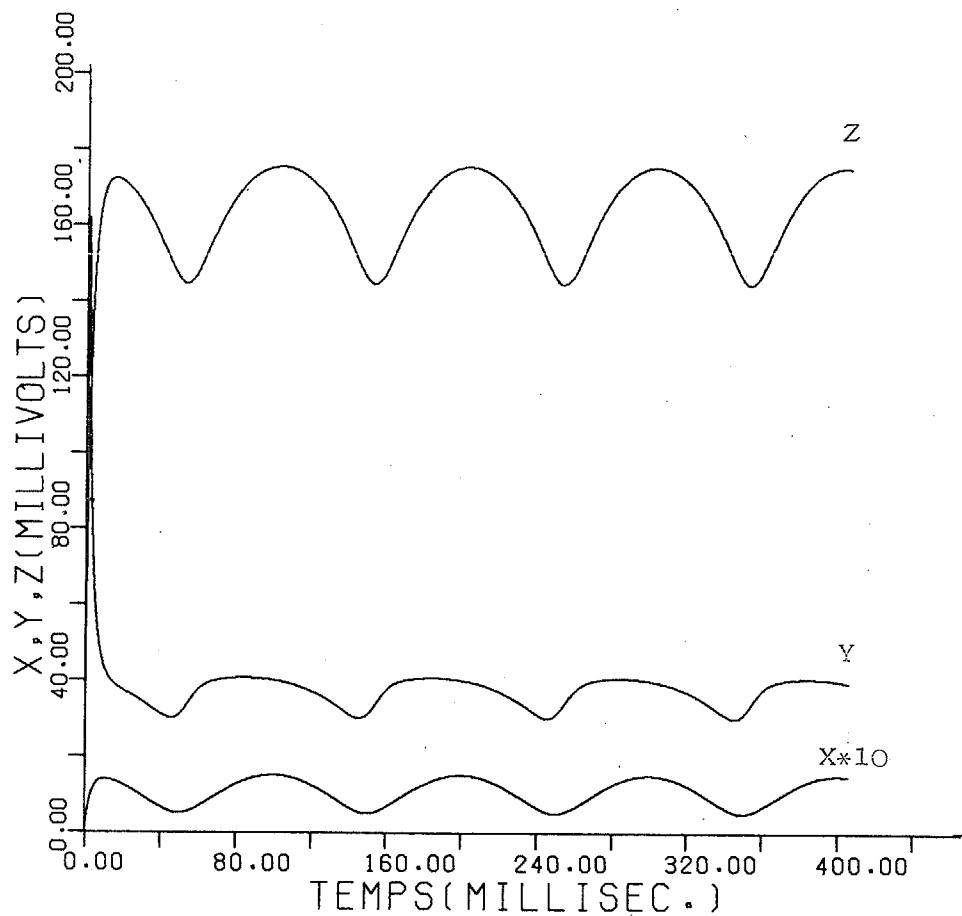
RC = 16 ms
Cte de temps de la 1^o décr. 0.33 ms
" " 2^o " 1.20 ms

Fig. 5.



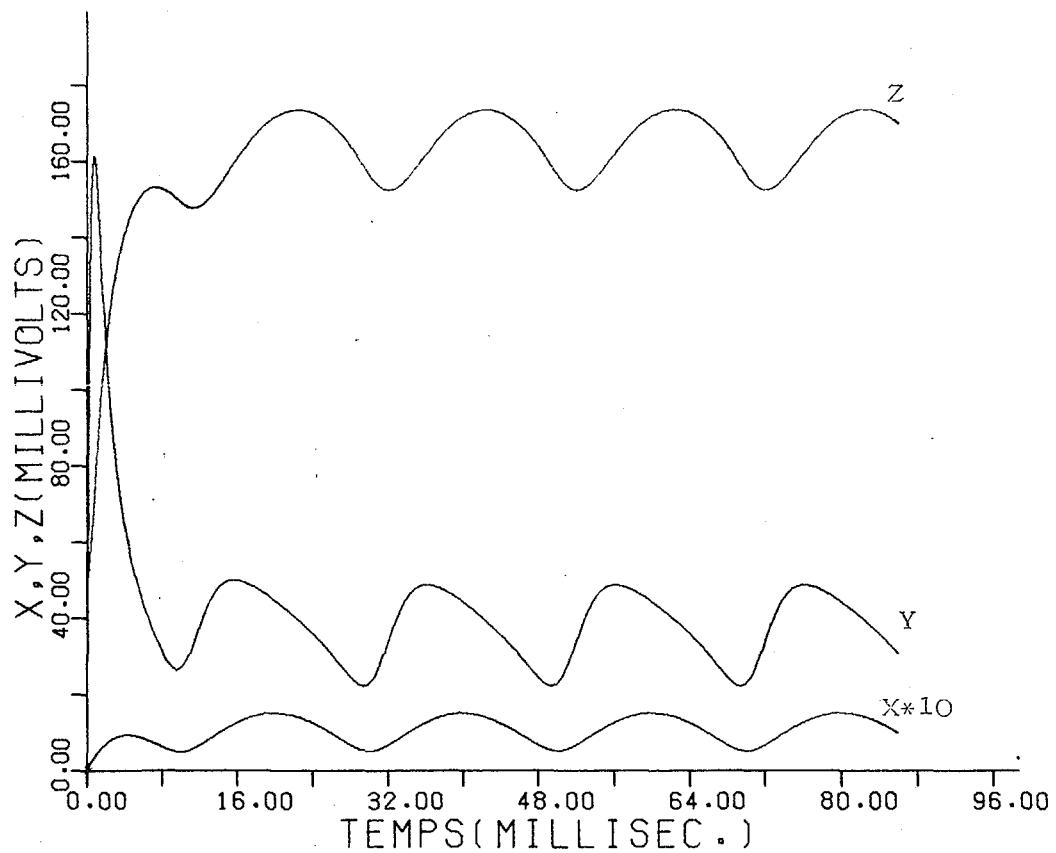
Rapport d'amplitudes 1/2
Différence de fréquences 5 Hz

Fig. 6.



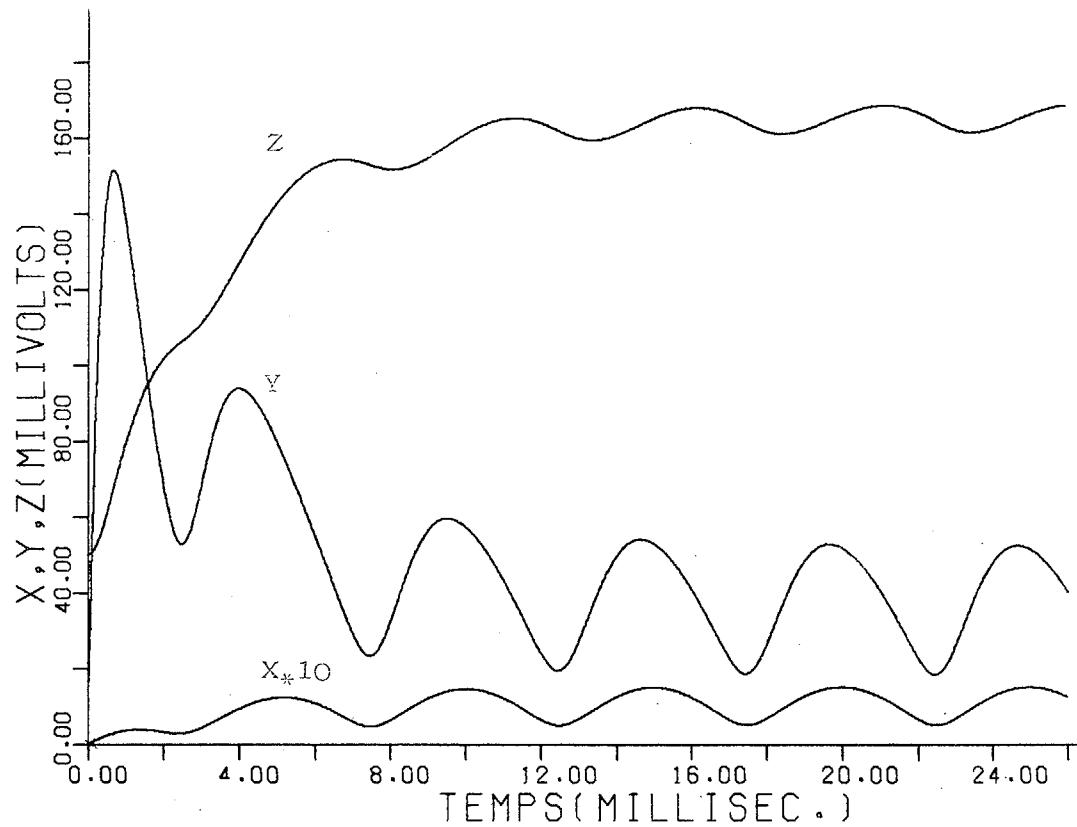
Différence de fréquences 10 Hz

Fig. 7.



Différence de fréquences 50 Hz

Fig. 8.



Différence de fréquences 200 Hz

Fig. 9.