



## SIGNAUX DE PHASE ET SEQUENCES DE HUFFMAN

Roxana OJEDA\*, Eugenio TACCONI\*, Michel BOUVET\*\*

- \* Laboratorio de Electronica Industrial, Control e Instrumentacion (LEICI)  
 Facultad de Ingenieria, Universidad Nacional de La Plata, CC91 - 1900 La Plata - ARGENTINA  
 \*\* Groupe d'Etudes et de Recherches en Détection Sous-Marine (GERDSM)  
 DCN Toulon, Le Brus - 83140 Six-Fours-les-Plages - FRANCE

### RÉSUMÉ

Une des principales fonctions des systèmes de détection active sonar ou radar est la mesure de la distance de la cible. Dans la mesure où le choix du signal émis est laissé libre, sous certaines contraintes, au concepteur du système, il peut être intéressant de concevoir et d'utiliser un signal avec de bonnes propriétés du second ordre (autocorrélation ou ambiguïté) permettant une estimation précise de la distance. Pour ce faire, différents signaux ont été proposés, fréquences modulées, signaux BPSK, signaux de Costas, ...

Dans cet article, nous décrivons deux classes de signaux particuliers, les signaux de phase et les séquences de Huffman, en discutant leurs propriétés d'autocorrélation. Nous montrons surtout que ces deux codes sont reliés entre eux : une séquence de Huffman peut être générée à partir d'un filtre de phase attaqué par deux impulsions. Une telle séquence peut être considérée comme la différence de deux signaux de phase particuliers.

### ABSTRACT

One of the main functions of active detection systems is the measurement of the target range. As the choice of the transmitted signal is, under some constraints, left free for the system designer, it can be useful to design and use a signal with good second order properties (autocorrelation and ambiguity) leading to good range estimation. To do so, several codes have been proposed : modulated frequency, BPSK, Costas codes, ...

In this article, we describe two classes of particular signals, phase signals and Huffman sequences, illustrating their autocorrelation properties. Mainly, we show that these two codes are related : a Huffman sequence can be generated from a phase filter with two impulses as input. Such a sequence can be considered as the difference between two particular phase signals.

## I - INTRODUCTION

### I.1. Radar - Sonar

Les systèmes classiques de détection active du type radar ou sonar ont comme principales fonctions la détection et la localisation de cibles par traitement d'une observation obtenue après réflexion d'un signal émis sur ces cibles. Dans la mesure où le choix de ce signal émis est laissé libre, sous certaines contraintes, au concepteur du système, il peut être utile d'utiliser un signal possédant de "bonnes" propriétés. Le terme de "bonnes propriétés" est à manier avec précautions car aucun signal n'est parfait pour tous les critères liés à la conception du système et le choix du signal est, en fait, issu d'un compromis entre plusieurs contraintes et critères /1/.

De façon simplifiée, et en ne discutant que des caractéristiques liées au signal émis, de bonnes performances en détection seront obtenues si l'énergie du signal est importante et si sa durée est longue en présence de bruit ambiant, et si la bande est grande lorsque la détection est limitée par la réverbération /2,3/. Le problème de localisation se dédouble en trois sous-problèmes d'estimation :

- la mesure de la distance de la cible, problème d'estimation qui va nous occuper par la suite ;
- la mesure des angles, azimut (ou gisement) et site (lorsque l'antenne permet une telle mesure), est prise en compte par le traitement d'antenne ; nous n'y reviendrons plus /2,3,4/ ;
- la mesure de la vitesse relative de la cible, issue de l'estimation de son doppler (décalage de fréquence), doppler dû à la différence des vitesses relatives entre la cible et l'antenne d'émission-réception.

Le principal outil d'étude des performances d'un signal en terme de mesure de distance et de doppler (ou, ce qui est équivalent, de temps et de fréquence) est la fonction d'ambiguïté /5,6/.

A ces problèmes de détection et de localisation, on peut ajouter le problème de classification, c'est-à-dire de savoir ce qu'est la cible. Ce problème de classification active peut se résoudre en utilisant une modélisation de la cible de type points brillants /7/. Une telle modélisation a déjà été expérimentée en radar /8/. Dans la suite, le domaine d'application principal sera le sonar et nous nous concentrerons sur la mesure de la distance.

### I.2. Signaux classiques

Les signaux classiques utilisés sont les fréquences pures ou modulées linéairement ou hyperboliquement.

#### I.2.1 Fréquence pure

Un signal à fréquence pure s'exprime selon

$$(I.1) \quad s_p(t) = a \cos(2\pi vt + \phi), \quad 0 < t < T.$$

Un tel signal conduit à de bonnes performances pour la mesure du doppler mais à de mauvaises estimations de la distance.

#### I.2.2 Fréquence modulée

Un signal à modulation de fréquence s'exprime selon

$$(I.2) \quad s_1(t) = a \cos(2\pi(\alpha v + \beta)t + \phi), \quad 0 < t < T.$$

pour une modulation linéaire (FML), et selon

$$(I.3) \quad s_1(t) = a \cos(2\pi v \log(1+t/\beta) + \phi), \quad 0 < t < T.$$

pour une modulation hyperbolique (FMH). De tels signaux sont assez similaires et possèdent une ambiguïté distance-doppler, plus ou moins marquée en distance ou en doppler selon leur caractéristique de bande.

Signalons ici qu'un signal FMH dopplérisé avec un doppler  $\delta$  est identique à ce même signal non dopplérisé mais retardé d'une durée  $\tau(\delta)$  dépendant du doppler et des paramètres du signal.

#### I.2.3 Discussion

Les signaux précédents sont simples, robustes, faciles à générer et à traiter. Ce sont les signaux utilisés classiquement en détection sous-marine. Pourtant, leur piètres caractéristiques en termes d'estimation précise de temps ont suscité la recherche d'autres signaux, plus complexes, mais aux meilleures performances de mesure de distance.

### I.3. Signaux complexes

Parmi les signaux plus complexes proposés et étudiés récemment, il faut citer les BPSK et les codes costas /9,10,11/.

#### I.3.1. Signaux de Costas

Dans l'optique d'obtenir des fonctions d'ambiguïté "optimales" au sens d'un pic très étroit au-dessus d'un piedestal de



niveau très faible, Costas a formalisé le problème de la synthèse de signaux par le biais de l'étude de matrices liés à l'évolution de la fréquence instantanée au cours du temps /10/.

Ces matrices carrées sont particulières : creuses (comprenant presque partout des 0), sur chaque ligne et sur chaque colonne n'est présent qu'un seul 1, tous les 1 de la matrice sont disposés de façon particulière. Le signal obtenu est un signal à saut de fréquence ("Fréquency Hopping", ou FH). De tels signaux présentent d'excellentes propriétés d'inter-ambiguïté entre deux signaux identiques dont l'un est décalé doppler et d'autoambiguïté bien que le niveau des lobes secondaires près du pic principal ne soit pas aussi faible qu'espéré, et ce, même avec une pondération d'amplitude du signal.

1.3.2. Signaux BPSK

Les signaux BPSK sont aussi à large bande mais ils sont codés en phase. Il sont obtenus en modulant la phase de la porteuse par une "séquence binaire de longueur maximale".

$$(I.5) \quad s_{BPSK}(t) = a \cos(2\pi\nu t + \lambda c(t)), \quad 0 < t < T.$$

où c(t) est à valeur +1 ou -1. En choisissant λ égal à π/2, on obtient une modulation d'amplitude de la porteuse. Ici aussi, une pondération d'amplitude sur le signal permet de diminuer encore plus le niveau des secondaires.

Les signaux BPSK se révèlent relativement faciles à générer et à traiter. Leurs performances en termes de fonction d'ambiguïté semblent meilleurs que celles des signaux de Costas, pour des séquences comparables au niveau de leur BT, ces derniers paraissant plus riches en termes de codage, donc plus utiles pour des communications.

1.4. Signaux à corrélation impulsive

Le problème de conception de signaux permettant d'estimer de façon précise la distance s'était déjà posé lors de la recherche du récepteur optimal pour la détection d'une cible composé de réflecteurs ponctuels, aléatoires et multiples ///. Une solution trouvée nécessitait la séparation, en sortie de traitement cohérent, des contributions de tous les points brillants, c'est-à-dire la conception et l'utilisation de signaux à corrélation microscopique /12/. Ces signaux étaient générés comme la réponse impulsionnelle de filtres de phase.

Il se trouve que ces signaux de phase sont reliés de façon étroite aux séquences de Huffman, développées pour des applications de type communications /13/. Le but de cette communication est l'exposition de ce lien.

Le paragraphe II comprend une présentation et une discussion des signaux de phase. L'exposé correspondant pour les séquences de Huffman se trouve en III. La dérivation de la relation liant ces deux types de séquences discrètes est en IV. Enfin, en V, sont présentées les conclusions et des perspectives de travaux futurs.

II - SIGNAUX DE PHASE

L'idée a été de partir d'un filtre de phase, dont la fonction de transfert peut s'écrire selon

$$(II.1) \quad H(z) = \frac{a_m z^m + a_{m-1} z^{m-1} + \dots + a_0}{a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_m}$$

$$= (a_m/a_0) \prod_{k=1, \dots, m} \frac{z - z_k^{-1}}{z - z_k}$$

$$= \frac{A(z)}{z^m A(z^{-1})}$$

et de remarquer que sa réponse impulsionnelle aurait un spectre constant,

$$(II.2) \quad |H(z)|^2 = H(z) H(z^{-1}) = K$$

et que cette réponse impulsionnelle, considérée comme un signal discret, aurait une fonction d'autocorrélation parfaitement impulsive /12/.

$$(II.3) \quad r(n) = \delta(n)$$

Dans l'expression (II.1), dès qu'une racine z<sub>k</sub> est présente la racine complexe conjuguée doit aussi être présente afin d'aboutir à un signal réel. La structure "pole-zéro" du filtre de phase est illustrée sur la Figure I. Des exemples de tels signaux peuvent être trouvés dans /12,14/.

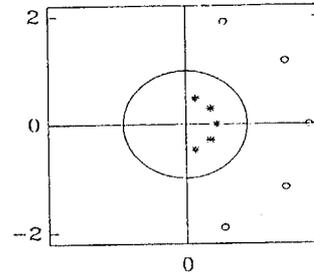


Figure I  
Structure pole-zéro d'un filtre de phase

Un point nouveau qui mérite d'être signalé est le caractère tolérant au doppler de tel signaux comme illustré sur la Figure II qui représente la fonction d'ambiguïté de la réponse impulsionnelle d'un filtre de phase.

On peut démontrer qu'un signal de phase est de durée infinie /12/. Le fait de le tronquer entraîne des dégradations de la propriété de corrélation impulsive (II.3), dégradations qui sont toutefois moins importantes que dans le cas d'une tranche de bruit blanc /12/.

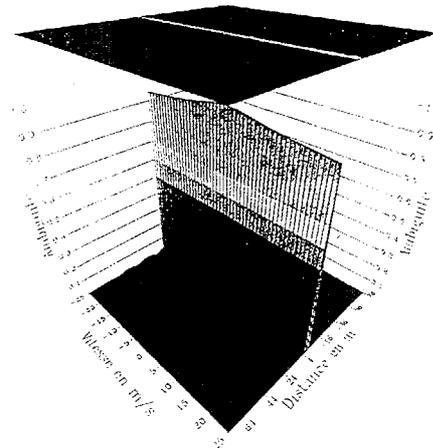


Figure II  
Fonction d'ambiguïté d'un signal de phase

III - SEQUENCES DE HUFFMAN

Une séquence de Huffman est construite à partir d'un polygone de degré n,

$$(III.1) \quad P = c_0 z^n + c_1 z^{n-1} + \dots + c_n$$

où ni c<sub>0</sub>, ni c<sub>n</sub> sont nuls et où les coefficients c<sub>k</sub> sont tous réels.

La fonction d'autocorrélation de la séquence correspondante, les r<sub>k</sub>, s'obtient à partir du polynôme Q associé,

$$(III.2) \quad Q = c_n z^n + c_{n-1} z^{n-1} + \dots + c_0$$

selon

$$(III.3) \quad R = PQ = r_{-n} z^{2n} + r_{1-n} z^{2n-1} + \dots + r_0 z^n + \dots + r_{n-1} z + r_n$$

Une fonction de corrélation impulsive s'obtiendra en annulant tous les termes qui peuvent être annulés dans cette expression (III.3), c'est-à-dire tous sauf les termes d'ordre  $2n$ ,  $n$  et  $0$ . On obtient alors une séquence de Huffman dont l'autocorrélation a la forme suivante /13/

$$(III.3) \quad R_H = r_{-n}z^{2n} + r_0z^n + r_n$$

illustrée sur la Figure III. Dans la suite, pour simplifier, on supposera que  $r_n r_0 = -1$ .

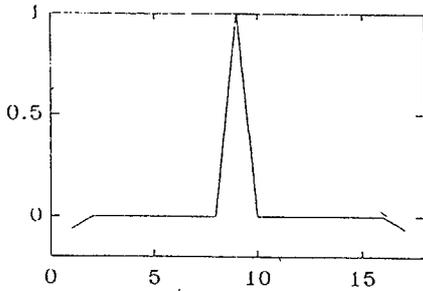


Figure III  
Fonction d'autocorrélation d'une séquence de Huffman

Les zéros de cette fonction d'autocorrélation sont :

$$(III.5) \quad \begin{aligned} z_1 &= \rho e^{i(2\pi k + \phi)/n} \\ z_2 &= \rho^{-1} e^{i(2\pi k + \phi)/n} \end{aligned} \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Ils sont illustrés sur la Figure IV. Comme nous avons supposé  $r_n r_0 = -1$ , la phase  $\phi$  est égale à  $0$ . Lorsque  $r_n r_0 = 1$ ,  $\phi = \pi$ .

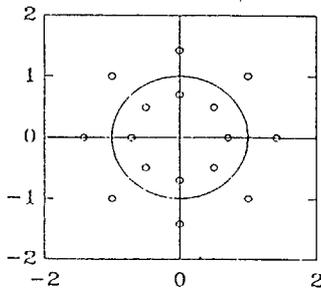


Figure IV  
Zéros de la fonction d'autocorrélation d'une séquence de Huffman

Comme  $R = PQ$ , voir (III.3), ces  $2n$  zéros sont à répartir, de façon a priori arbitraire, en  $n$  zéros pour  $P$  et  $n$  zéros pour  $Q$ . Néanmoins, il est possible de montrer qu'une répartition "harmonieuse" et régulière de l'énergie de la séquence n'est obtenue que si une répartition "simple" des zéros est choisie /15/. Par exemple, la Figure V présente une telle répartition pour les zéros de  $P$ .

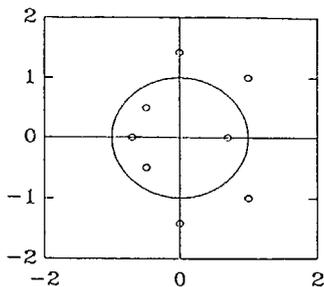


Figure V  
Répartition des zéros de la séquence de Huffman

#### IV - RELATIONS ENTRE SEQUENCE DE HUFFMAN ET FILTRE DE PHASE

Nous allons montrer qu'une séquence de Huffman est générable comme la sortie d'un filtre de phase.

##### IV.1. Principe

Nous pouvons répartir les zéros du polynôme  $P$  générant la séquence de Huffman en des zéros à l'intérieur du cercle et des zéros à l'extérieur du cercle. Définissons :

$$(IV.1) \quad \alpha = e^{2\pi i/n}$$

et écrivons  $P$  selon

$$(IV.2) \quad P = r_0 I(\rho^{-1}) E(\rho)$$

où  $I(\rho^{-1})$  correspond aux racines à l'intérieur du cercle unité et  $E(\rho)$  à celles à l'extérieur (dans cette section, la dépendance en  $z$  sera omise pour des raisons de simplicité). Si on calcule

$$(IV.3) \quad E(\rho^{-1}) I(\rho^{-1}) = \prod_{k=1, \dots, m} (z - \alpha^k \rho^{-1}) = z^n - \rho^{-n}$$

on obtient

$$(IV.4) \quad P = r_0 ( E(\rho) / E(\rho^{-1}) ) (z^n - \rho^{-n})$$

Comme il est d'usage de travailler avec une séquence causale, il suffit de multiplier cette expression par  $z^{-n}$  pour la retarder de  $n$  échantillons,

$$(IV.4) \quad P = r_0 ( E(\rho) / E(\rho^{-1}) ) (1 - z^{-n} \rho^{-n})$$

La principale conclusion qui se lit sur cette expression est la suivante : une séquence de Huffman ( $P$ ) peut être générée comme la suite d'un filtre de phase  $(E(\rho)/E(\rho^{-1}))$  attaqué par deux impulsions, l'une unitaire au temps  $0$  (correspondant à  $1$ ) et l'autre de valeur  $-\rho^{-n}$  au temps  $n$  (correspondant à  $-z^{-n} \rho^{-n}$ ). Un exemple de la structure pole-zéro du filtre correspondant est représenté sur la Figure VI.

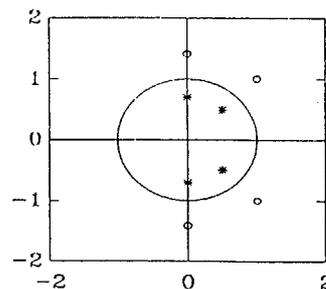


Figure VI  
Structure pole-zéro d'un filtre de phase correspondant à une séquence de Huffman

A partir de (IV.5), il est aisé de montrer que le filtre de phase correspondant est tel que

$$(IV.6) \quad h(k+n) = \rho^{-N} h(k) \text{ pour } k > 0$$

Ceci signifie simplement que la séquence de Huffman associée est bien de durée finie.

Une interprétation graphique du passage du signal de phase à la séquence de Huffman se trouve sur la Figure VII.

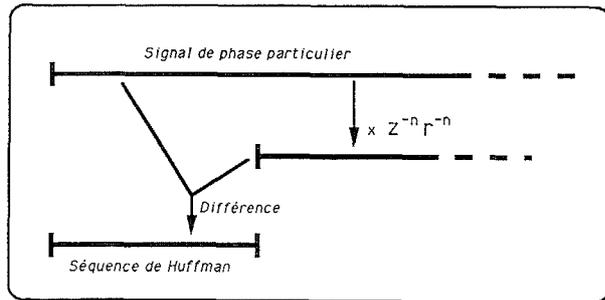


Figure VII

Illustration de la rotation entre un signal de phase particulier et une séquence de Huffman

## V - CONCLUSIONS - PERSPECTIVES

Après avoir décrit quelques signaux proposés pour effectuer une mesure de distance en détection active, nous avons présenté deux classes particulières de signaux, intrinsèquement discrets, les signaux de phase et les séquences de Huffman. Nous avons montré que ces signaux étaient reliés via des filtres de phase particuliers dont tous les pôles (et donc les zéros) ont le même module et sont uniformément répartis. La séquence de Huffman,  $P$ , et le filtre de phase correspondant,  $H(z)$ , sont reliés par

$$(V.1) \quad P = H(z) (1 - z^{-n} \rho^{-n})$$

ce qui montre qu'ils seront d'autant plus proches que  $r$  sera grand (le module des zéros de  $P$  placés à l'extérieur du cercle unité) et que  $M$  sera élevé (le nombre d'échantillon de la séquence).

Des questions intéressantes se posent encore :

- \* dans quelles mesures la propriété de tolérance au doppler des signaux de phase est-elle conservée pour les séquences de Huffman?
- \* le traitement à la réception de telles séquences est-il simplifiable?
- \* dans quelles mesures ces signaux sont-ils robustes aux diverses fluctuations dues au milieu?
- \* quelle est leur relation avec des signaux modulés en fréquence? Cette question se pose après avoir noté la similitude entre une séquence de Huffman, représentée sur la Figure VIII, et un signal à modulation de fréquence.

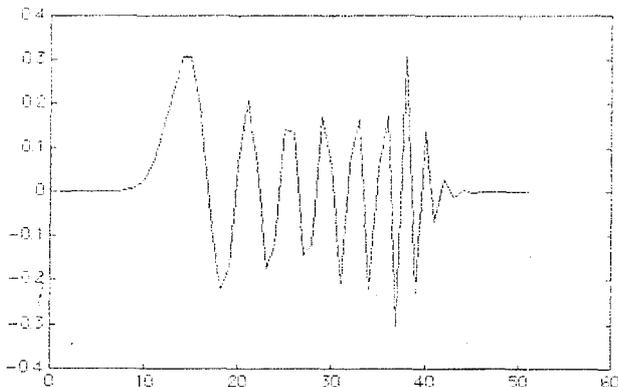


Figure VIII

Exemple de séquence de Huffman

## REFERENCES

- /1/ M. BOUVET: "Signal design for detection and estimation in underwater acoustic", Underwater Defence Technology 90, Londres, 7-9 Février 1990, pp.756-761
- /2/ R.J. URICK: Principles of Underwater Sound, Mac Graw Hill
- /3/ W.S. BURDIC: Underwater Acoustic System Analysis, Prentice Hall
- /4/ S. HAYKIN (Ed.): Array Signal Processing, Prentice Hall
- /5/ A.W. RIHACZEK: Principles of high-resolution radar, Mac Graw Hill
- /6/ J.L. LACOUME: Théorie du Signal, Collection "Que sais-je"
- /7/ B. PICINBONO M. BOUVET T. KADOTA: "Détection d'un signal déterministe après réflexions aléatoires", Annales des Télécommunications, tome 38, N°7-8, 1983, pp.287-296
- /8/ G. CHASSAY: "Modélisation des discontinuités d'un objectif radar par des points brillants", Annales des Télécommunications, vol.41, N°9-10, 1986, pp.481-492
- /9/ R.L. PICKHOLTZ D.L. SCHILLING L.B. MILSTEIN: Theory of spread-spectrum communications. A tutorial, IEEE Transactions on Communications, vol.30, N°5, mai 1982, pp.855-884
- /10/ J.P. COSTAS: "A study of a class of detection waveforms having nearly ideal range doppler ambiguity properties", Proceedings of IEEE, vol.72, N°8, 1984, pp.996-1009
- /11/ J. MILLET G."JOURDAIN: "Signaux à fort pouvoir de résolution temps-fréquence. Comparaison entre les signaux de Costas et les signaux à modulation binaire de phase (BPSK)", Traitement du signal, vol.7, N°1, 1990, pp.27-40
- /12/ M. BOUVET E. TACCONI B. PICINBONO: "Microscopic correlation signals", IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Tampa, 26-29/3/85, pp.1289-1292
- /13/ D.A. HUFFMAN: "The generation of impulse equivalent pulse trains", IRE Transactions on Information Theory, vol.8, sep.1962
- /14/ M. BOUVET: "Spread-spectrum communications using sequences generated by phase filters", IEEE Global Conference on Communications, New Orleans, 2-5/12/85, pp.478-483
- /15/ R. OJEDA E. TACCONI: "Secuencias de Huffman con buena distribución temporal de energía", Rapport LEICI 82-90-02, avril 90