

LOCALISATION D'UNE CIBLE BIBOULE  
PAR UNE ANTENNE MONOPULSE

Michel COMBAUD

## RÉSUMÉ

Lorsqu'une cible radar est angulairement étendue, il est possible que le traitement monopulse présente une erreur de poursuite, c'est le phénomène de glint. On propose deux méthodes d'évaluation analytique du biais de localisation, dans le cas où la cible est constituée de deux points brillants, distincts mais rapprochés. Il est maximal lorsque les ondes émises sont d'amplitude égale et en opposition de phase au niveau du récepteur, et dépend de l'angle de présentation de la cible.

## ABSTRACT

Monopulse radar antenna processing is a biased direction estimator when the target is extended in angle. In the case of a reflector consisting of two separated, yet close, highlights, the angular bias is derived in two different ways. The localization error is shown to be maximum when the return waves have the same amplitude and a 180° phase difference. The estimated angle varies when the target is rotated ; thus, in a fixed direction, the object appears as glinting.

### 1 - INTRODUCTION

L'objectif d'un radar de poursuite est de s'asservir à la direction d'une cible, qui a été détectée au préalable. Dans ce but, on effectue une estimation précise de la direction dans laquelle la cible se trouve, ce qui permet de calculer la correction (faible) à appliquer au pointage de l'antenne. L'estimateur utilisé de manière classique est le traitement monopulse.

Ce dernier est défini dans le cas où la cible est ponctuelle ; il est alors non biaisé. Cependant, il est possible que l'on ait affaire à une cible angulairement étendue. Dans ce cas, le biais nul n'est pas a priori assuré.

On se propose, dans la présente communication, d'analyser la mesure angulaire délivrée par traitement monopulse, dans le cas où la cible est constituée de deux points brillants, distincts et rapprochés : il s'agit d'un modèle très simple de cible étendue.

Après une description rapide du traitement, on présente deux méthodes différentes de calcul de l'angle dans lequel la cible est observée, et on en déduit les conditions dans lesquelles un biais d'estimation apparaît.

### 2 - MONOPULSE D'AMPLITUDE

On dispose d'une antenne de taille  $L$ , susceptible d'être orientée selon un axe (perpendiculaire, en son centre, au plan qui la contient). On veut estimer à l'aide de ce système la direction d'une cible située dans le plan balayé par l'antenne. En rapportant ce plan à des coordonnées circulaires de centre le point de rotation, soit  $\theta_0$  l'angle qui repère la cible et  $\theta$  celui de la direction de focalisation de l'antenne.

Pour estimer l'angle  $\theta_0$ , on oriente l'antenne dans la direction  $\theta$  telle que la réponse de l'antenne (en module carré) soit maximale.

Une façon commode de rechercher le maximum est d'annuler la dérivée. Pour effectuer ce calcul, il faut alors disposer de la dérivée angulaire de la réponse de l'antenne.

Une façon simple d'obtenir cette grandeur est, dans le cas d'une antenne à réflecteur parabolique, de disposer deux cornets au voisinage du foyer de la parabole. Les signaux issus de ces deux récepteurs sont ensuite ajoutés et soustraits en hyperfréquence, de manière à synthétiser : par la somme, le diagramme d'antenne et, par la différence, la dérivée. Une telle antenne est dite monopulse d'amplitude.



L'antenne monopulse comporte ainsi deux voies directives, de même largeur de lobe  $2\theta_3$  ( $\theta_3 \approx \frac{\lambda}{2L}$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde) et décalées angulairement de  $\theta_3$  de part et d'autre de l'axe de visée (figure 1).

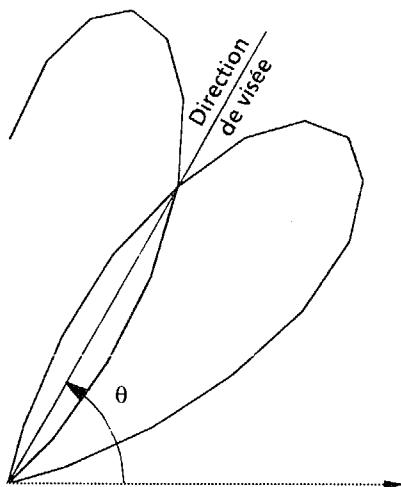


Fig. 1 - Antenne monopulse

La direction de pointage étant repérée par l'angle  $\theta$  qu'elle fait avec l'axe de référence, on note  $v_G(\theta)$  le signal (complexe) reçu sur la voie gauche et  $v_D(\theta)$  celui reçu sur la voie droite. Soient alors  $\Delta(\theta) = v_G(\theta) - v_D(\theta)$ ,

$$\Sigma(\theta) = v_G(\theta) + v_D(\theta)$$

$$\text{et } e(\theta) = \frac{\operatorname{Re}(\Delta(\theta)\overline{\Sigma(\theta)})}{|\Sigma(\theta)|^2},$$

la direction estimée est :

$$\hat{\theta} = \theta \text{ tel que } e(\theta) = 0 \quad (1).$$

### 3 - CIBLE BIBOULE

Dans le plan balayé par l'antenne se trouve, au point de coordonnées  $(d, \theta_0)$  une cible biboule, constituée de deux points brillants. Soit  $2l$  la distance entre ces points, et  $\alpha$  l'inclinaison du segment qui les joint sur la perpendiculaire à la direction  $\theta$ . En notant  $2\Delta\theta$  l'angle sous lequel la cible est vue du radar (figure 2), on a, sous l'hypothèse  $l \ll d$ ,  $\Delta\theta \approx \frac{l \cos \alpha}{d}$ . On suppose que, de plus,  $\Delta\theta < \theta_3$ .

Les sections efficaces respectives des points brillants sont  $S_1 e^{i\varphi_1}$  et  $S_2 e^{i\varphi_2}$  et leurs distances à l'antenne  $d_1$  et  $d_2$ . On note  $\rho$  et  $\varphi_0$  les quantités  $\rho = \frac{S_2}{S_1}$ ,  $\varphi_0 = \varphi_2 - \varphi_1$ , et on a

$$d_1 \approx d - l \sin \alpha, \quad d_2 \approx d + l \sin \alpha.$$

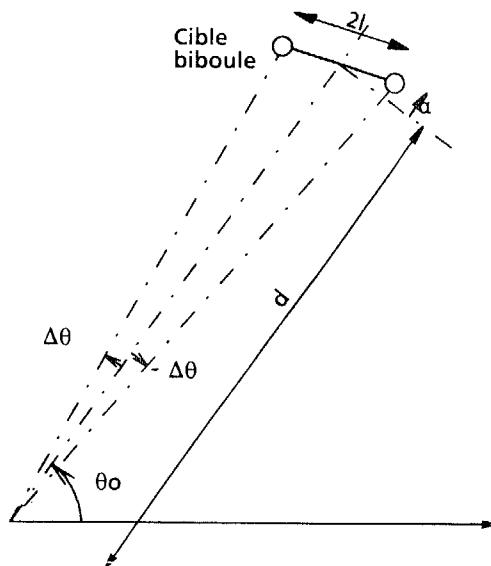


Fig. 2 - Cible biboule

Si  $f$  est la fréquence du radar, les ondes réémises par les deux réflecteurs élémentaires se traduisent au niveau de l'antenne par les signaux :

$$x_1(t) = \frac{S_1}{d_1^2} e^{i\varphi_1} e^{i2\pi f(t - \frac{2d_1}{c})}$$

$$= \frac{S_1}{d_1^2} e^{i\varphi_1} e^{i2\pi f t} e^{-i4\pi \frac{d_1}{\lambda}} e^{i4\pi \frac{f}{\lambda} \sin \alpha}$$

$$\text{et } x_2(t) = \frac{S_2}{d_2^2} e^{i\varphi_2} e^{i2\pi f(t - \frac{2d_2}{c})}$$

Ces derniers vérifient ainsi

$$x_2(t) = x_1(t) \rho e^{i\varphi}, \text{ si } \varphi = \varphi_0 - 8\pi \frac{1}{\lambda} \sin \alpha.$$

### 4 - CALCUL INDIRECT

Pour déterminer la position estimée, par traitement monopulse, de la cible biboule, on peut utiliser la propriété suivante : la direction indiquée est normale au front d'onde issu de la cible. Cette propriété est traduite par l'équation

$$\hat{\theta} = \theta_0 + \frac{\lambda}{4\pi d} \frac{d\Omega}{d\alpha} \quad (2), \text{ où } \Omega \text{ est la phase du coefficient de rétrodiffusion de la cible.}$$

Le signal reçu par l'antenne est :

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$x(t) = e^{i2\pi f t} \frac{1}{d^2} e^{-i4\pi \frac{d}{\lambda}} S_1 e^{i\varphi_1}$$

$$\left[ e^{i4\pi \frac{f}{\lambda} \sin \alpha} + \rho e^{-i4\pi \frac{f}{\lambda} \sin \alpha} \right],$$

ce qui veut dire que le coefficient de réflexion est, au facteur multiplicatif  $S_1 e^{i\varphi_1}$  près,

$$A(\alpha) = e^{i4\pi \frac{1}{\lambda} \sin \alpha} + \rho e^{i(\varphi_0 - 4\pi \frac{1}{\lambda} \sin \alpha)}.$$

La phase de ce dernier est donc définie, à la constante additive  $\varphi_0$  près, par :

$$\operatorname{tg} \Omega = \frac{\sin(4\pi \frac{1}{\lambda} \sin \alpha) + \rho \sin(\varphi_0 - 4\pi \frac{1}{\lambda} \sin \alpha)}{\cos(4\pi \frac{1}{\lambda} \sin \alpha) + \rho \cos(\varphi_0 - 4\pi \frac{1}{\lambda} \sin \alpha)}.$$



En conséquence, on a

$$\frac{d\Omega}{d\alpha} = 4\pi \frac{1}{d} \cos\alpha \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos\varphi}$$

en prenant cette valeur dans l'équation (2),

$$\hat{\theta} = \theta_0 + \frac{1}{d} \cos\alpha \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos\varphi} \quad (3).$$

### 5 - CALCUL DIRECT

Une autre manière de calculer la direction estimée de la cible est de résoudre directement l'équation (1). Dans ce but, soient  $g_\Delta(\theta, \theta)$  le gain de la quantité  $\Delta$  dans la direction  $\theta$  lorsque la direction de visée est  $\theta$ , et  $g_\Sigma(\theta, \theta)$  la quantité analogue pour la grandeur  $\Sigma$ .

Le signal  $x_1(t)$  est dû à une onde qui provient de la direction  $\theta_0 + \Delta\theta$  et le signal  $x_2(t)$  à une onde arrivant du gisement  $\theta_0 - \Delta\theta$ .

On a donc :

$$\begin{aligned} \Delta(\theta) &= x_1(g_\Delta(\theta_0 + \Delta\theta, \theta) + \rho e^{i\varphi} g_\Delta(\theta_0 - \Delta\theta, \theta)) \\ \Sigma(\theta) &= x_1(g_\Sigma(\theta_0 + \Delta\theta, \theta) + \rho e^{i\varphi} g_\Sigma(\theta_0 - \Delta\theta, \theta)). \end{aligned}$$

Dans le cas où les deux points brillants fournissent des signaux de même amplitude et en opposition de phase ( $\rho = 1$ ,  $\varphi = \pi$ ), l'application de ces valeurs de  $\Delta$  et  $\Sigma$  à l'équation (1) conduit au système :

$$\begin{cases} g_\Delta(\theta_0 + \Delta\theta, \theta) = -g_\Delta(\theta_0 - \Delta\theta, \theta) \\ g_\Sigma(\theta_0 + \Delta\theta, \theta) \neq g_\Sigma(\theta_0 - \Delta\theta, \theta) \end{cases}.$$

Il est vérifié par les valeurs de  $\theta$  telles que  $\theta - \theta_0$  soit (à peu près) l'un des angles de changement de pente de la fonction (réelle)  $g_\Delta(0, \theta)$  (figure 3).

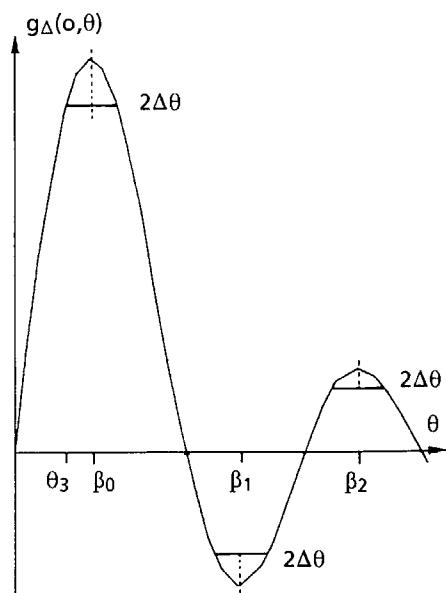


Fig. 3 - Points d'égalité de  $g_\Delta(0, \theta - \Delta\theta)$  et  $g_\Delta(0, \theta + \Delta\theta)$  (soit, respectivement,  $g_\Delta(\Delta\theta, \theta)$  et  $g_\Delta(-\Delta\theta, \theta)$ ).

Dans le cas contraire, on calcule  $\hat{\theta}$  en utilisant des expressions approchées des fonctions  $g_\Delta$  et  $g_\Sigma$  :

$$g_\Delta(\theta_0 + \varepsilon, \theta) \approx 1,06 \frac{\theta - \theta_0 - \varepsilon}{\theta_3}$$

$$g_\Sigma(\theta_0 + \varepsilon, \theta) \approx 1,41$$

L'équation (1) se traduit alors par le système :

$$\begin{cases} (1 + \rho^2 + 2\rho \cos\varphi)(\theta - \theta_0) + (\rho^2 - 1)\Delta\theta = 0 \\ 1 + \rho e^{i\varphi} \neq 0 \end{cases}.$$

$$\text{On a donc } \hat{\theta} = \theta_0 + \Delta\theta \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos\varphi}$$

ce qui est bien l'équation (3).

### 6 - ANALYSE DES ERREURS

On constate alors que, lorsque la cible est constituée de deux points brillants, le traitement monopulse est entaché d'une erreur de localisation qui est appelée glint.

Certes, l'équation (3) montre que, lorsque les points brillants ont même section efficace et que les ondes qu'ils réémettent ne sont pas en opposition de phase, l'erreur de localisation est nulle.

Mais, lorsque les signaux issus des deux réflecteurs sont de même amplitude et en opposition de phase, la direction estimée est décalée angulairement d'une quantité  $\beta$ , vers la droite ou vers la gauche pour des raisons de symétrie :  $\hat{\theta} = \theta_0 + \beta$  ou  $\hat{\theta} = \theta_0 - \beta$ .

L'angle  $\beta$  dépend de l'antenne de réception. Il correspond à un changement de pente de la fonction  $g_\Delta(0, \theta)$ . Le premier a lieu pour un angle  $\beta_0$  qui est de l'ordre de  $\theta_3$ , la demi-ouverture des deux voies directives de l'antenne. L'erreur d'estimation est donc particulièrement importante dans le cas ( $\rho = 1$ ,  $\varphi = \pi$ ).

Lorsque les deux réflecteurs n'ont pas la même section efficace ( $\rho \neq 1$ ), le traitement monopulse présente un biais d'estimation, selon la formule (3). Ce dernier dépend de l'angle de présentation ( $\alpha$ ) de la cible et est inversement proportionnel à la distance ( $d$ ) au radar.

L'erreur de mesure est limitée à la plage angulaire sur laquelle la fonction d'asservissement  $e(\theta)$  serait, en présence d'une source ponctuelle en



$\theta_0$ , linéaire avec  $(\theta - \theta_0)$ . Cet intervalle angulaire est, grossièrement,  $[\theta_0 - \theta_3, \theta_0 + \theta_3]$ .

De plus, le biais est égal au demi-angle sous lequel la cible est vue du radar multiplié par le coefficient  $f(\rho, \varphi) = \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \varphi} \cdot |f(\rho, \varphi)|$

tend vers l'infini lorsque  $(\rho, \varphi)$  tend vers  $(1, \pi)$ , mais présente un "pic très étroit" autour de cette valeur (figure 4). En conséquence, l'erreur de mesure reste faible si les sections efficaces sont bien différencierées, quelle que soit la valeur de  $\varphi$  et donc, si  $d$  est fixé, de  $\alpha$ . Par exemple,  $f \leq 19$  dès que  $\rho \leq 0,9$  (ou  $f(\rho, \varphi) > -21$  si  $\rho \geq 1,1$ ) et ainsi une cible de taille  $2l = 2$  m, à  $d = 1$  km, est localisée avec une erreur inférieure, en valeur absolue, à  $1^\circ$ .

Un biais de mesure important n'apparaît finalement que dans les cas où les sections efficaces des deux réflecteurs sont peu différentes ( $\rho \neq 1$ ). Il peut alors prendre une valeur de l'ordre de  $\theta_3$  (positive ou négative) et, à distance fixée, varie fortement avec l'angle de présentation de la cible.

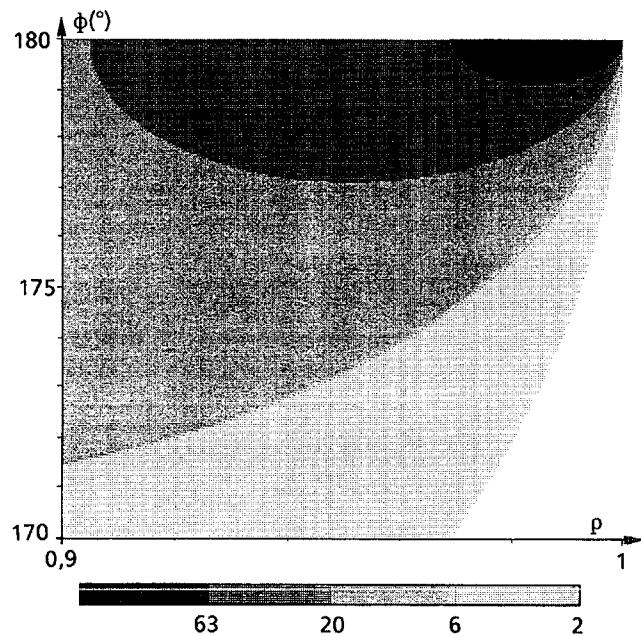


Fig. 4 - Graphe de la fonction  $f(\rho, \phi) = \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \phi}$

#### 7 - CONCLUSION

Le phénomène de glint empêche qu'une cible étendue soit localisée de manière sûre par un traitement monopulse. La direction estimée présente des fluctuations si la cible pivote autour de son centre géométrique, et l'erreur de mesure est conséquente dans certaines configurations. Ceci met en avant tout l'intérêt des traitements "anti-glint".