

Du concept de conflit cohérent en fusion d'informations vulnérables

Quentin SAINT-CHRISTOPHE^{1,2,3}, Christophe OSSWALD², Abdel-Ouahab BOUDRAA^{1,3}, Cyril RAY^{1,3}

¹Chaire de Cyberdéfense des Systèmes Navals, BCRM Brest, CC 600, 29240 Brest Cedex 9, France

²IRENav (EA3634), Ecole Navale/Arts-Métiers ParisTech, BCRM Brest, CC 600, 29240 Brest Cedex 9, France

³Lab-STICC (UMR CNRS 6285) ENSTA Bretagne, 2 Rue François Verny, 29200 Brest, France

q.saint-christophe@ecole-navale.fr, abdel.boudraa@ecole-navale.fr,
cyril.ray@ecole-navale.fr, christophe.osswald@ensta-bretagne.fr

Résumé – Pour vérifier l'intégrité des informations dans le cadre de fusion d'informations vulnérables, une stratégie est d'identifier et écarter les informations altérées ou falsifiées. C'est dans cette optique que ce travail porte sur la définition d'un type de conflit, dit cohérent, ainsi que de la construction d'une règle de fusion cohérente associée. On montre les limites du conflit classique par un exemple standard, et enfin l'efficacité de la métrique de conflit cohérent dans une application numérique.

Abstract – In order to verify the information integrity in the context of the merging of vulnerable informations, a strategy is to identify and reject the damaged or falsified informations. It is with this in mind that this paper focuses on the definition of a strife metric named coherent strife, and also on the construction of an associated coherent fusion rule. One presents the bounds of the classic strife through a standard example, and finally the effectiveness of the coherent strife metric in a numerical application.

1 Introduction

La fusion de données permet de combiner plusieurs sources d'informations afin de produire des connaissances ou d'extraire des renseignements plus cohérents qu'avec une seule source d'information. Ces informations hétérogènes sont issues de sources diverses telles que le GPS, une caméra de surveillance, des bases de données, des systèmes de navigation ou des connaissances acquises. La fusion de ces informations se fonde sur une généralisation de l'inférence bayésienne appelée théorie de l'évidence [1][4].

Alors que la théorie de l'évidence suppose que les informations conservent leur intégrité, le contexte d'étude est tel qu'elles peuvent subir des falsifications ou des altérations. On parle d'informations vulnérables, qui induisent une forme de discordance lors de la combinaison de sources. La construction d'une métrique de discordance adaptée devient alors cruciale car la vulnérabilité de l'information peut entraîner une disparité importante dans l'ensemble des informations.

Dans ce travail est introduite la notion dite de *conflit cohérent*, métrique qui à notre connaissance n'a pas encore fait l'objet de travaux dans la littérature. Il s'agit d'une appréciation plus adaptée du conflit à ce contexte d'informations vulnérables.

2 Théorie de l'Évidence

La théorie de l'évidence est fondée sur la manipulation des fonctions de masse m définies sur la disjonction du *cadre de discernement* Θ , et respectant les axiomes de l'éq. (1) où \wp_Θ

désigne l'ensemble des parties de Θ . Les éléments X tels que $m(X) > 0$ sont appelés *éléments focaux* (EF). L'affectation $m(X)$ représente la confiance portée en X sans que celle-ci puisse être répartie sur les éléments qui la composent.

$$\forall X \in \wp_\Theta, m(X) \in [0, 1], \sum_{X \in \wp_\Theta} m(X) = 1 \quad (1)$$

Un ensemble d'EF pondérés par leur vraisemblance appelé *corps d'évidence* (CE) est construit sur la base des informations reçues dans Θ . À chaque EF de ce CE est associée une masse servant à représenter le crédit accordé à ce dernier. On définit un CE $\{\wp_\Theta, m\}$ comme un cadre de discernement muni d'une masse.

La théorie de l'évidence s'emploie à deux niveaux d'intégration de l'information. Le niveau crédal, où les fonctions de masse entre autres permettent de se positionner relativement aux croyances sur les EF; et le niveau pignistique, étape de pari et de décision sur le choix de la meilleure option. La crédibilité et la plausibilité (2) sont des projections du niveau crédal.

$$\text{Cr}(X) = \sum_{\substack{Y \subseteq X \\ Y \neq \emptyset}} m(Y), \quad \text{Pl}(X) = \sum_{Y \cap X \neq \emptyset} m(Y) \quad (2)$$

On retrouve également la relation compagnon dans l'éq. (3).

$$\forall X^c = \Theta \setminus \{X\}, \text{Pl}(X) = 1 - \text{Cr}(X^c) \quad (3)$$

Pour combiner deux CE, la règle de *fusion de Dempster-Shafer* (FDS) qui est une sommation orthogonale conjonctive des masses projetées sur les EF est utilisée [1]. La grandeur de référence, appelée ici *conflit deux-à-deux* (CDD) – éq.(4), est la

projection sur l'ensemble vide de la FDS.

$$m_{p \oplus q}^{DS}(\emptyset) = \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_p(X) m_q(Y) \quad (4)$$

Pour deux CE $\{\wp_\emptyset, m_p\}$ et $\{\wp_\emptyset, m_q\}$, la fonction de masse par FDS de $\{\wp_\emptyset, m_{p \oplus q}^{DS}\}$ s'écrit dans (5).

$$\forall Z \neq \emptyset, m_{p \oplus q}^{DS}(Z) = \frac{1}{1 - m_{p \oplus q}^{DS}(\emptyset)} \sum_{X \cap Y = Z} m_p(X) m_q(Y) \quad (5)$$

3 Le conflit dans la fusion

La FDS est la souche de plusieurs variantes s'intéressant toutes à redistribuer la masse sur l'ensemble vide – le conflit – sur des EF non-vides. Cette vision du conflit comme un élément d'anomalie entravant la fusion est un concept issu du postulat du monde fermé. Dans ce postulat, les CE sont tous garants de l'intégrité de l'information malgré l'imprécision et l'incertitude. Différentes règles de fusion existent dans la littérature [2]; leurs auteurs les ont construites autour de l'idée du monde fermé, considérant ainsi le conflit comme une absence d'information utile. Entre autres, Yager qualifie le conflit de la FDS comme une forme d'ignorance [7]; cette règle de fusion disjonctive attribue le conflit à la masse sur \emptyset – cf. éq. (6).

$$\begin{aligned} \forall Z \notin \{\emptyset, \emptyset\}, m_{p \oplus q}^Y(Z) &= \sum_{X \cap Y = Z} m_p(X) m_q(Y), \\ m_{p \oplus q}^Y(\emptyset) &= \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_p(X) m_q(Y) \end{aligned} \quad (6)$$

Dubois et Prade affinent cette redistribution et attribuent la masse sur \emptyset à l'union des EF à l'origine du CDD – cf. éq. (7); cette règle de fusion est conjonctive et disjonctive [3].

$$\forall Z \in \wp_\emptyset, m_{p \oplus q}^{DP}(Z) = \sum_{\substack{X \cap Y \neq \emptyset \\ X \cap Y = Z}} m_p(X) m_q(Y) \quad (7)$$

Smarandache et Dezert redistribuent le conflit sur les EF non-vides proportionnellement aux masses non-nulles des EF générant du conflit [5]. Cette méthode diminue, relativement à la part de conflit que ces EF ont généré, la masse de ces derniers après la fusion; ceci pouvant discréditer des EF intègres en monde ouvert. Sans analyser la légitimité et l'origine du conflit, Smets le considère au même titre que les autres EF [6] dans la *règle de fusion de Smets* (FS) et ne normalise pas la FDS par $m_{p \oplus q}^{DS}(\emptyset)$ – cf. éq. (8).

$$\forall Z \in \wp_\emptyset, m_{p \oplus q}^S(Z) = \sum_{X \cap Y = Z} m_p(X) m_q(Y) \quad (8)$$

En outre, dans un contexte d'informations altérées ou falsifiées, la prise en compte de l'ensemble vide est cruciale. C'est pourquoi la métrique de conflit idoine doit être compatible avec le postulat du monde ouvert; ce postulat établit que l'intégrité de l'information n'est pas garantie par tous les CE et que la présence de conflit est alors révélatrice d'information intègre manquante. C'est pourquoi la stratégie est ici de voir dans le conflit une grandeur utile comme la résultante de conflits d'origine et d'intérêt variables. Dans la suite est introduite la partie du conflit caractéristique de la discorde réelle entre les CE, le conflit dit cohérent.

4 Définition du conflit cohérent

Dans cette partie, sont identifiées et exemplifiées les limites du CDD; le *conflit cohérent* (CC) est construit autour de ces limites. Une règle de *fusion cohérente* (FC) est par la suite raffinée relativement au CC. Dans la suite, pour tout $\{\wp_\emptyset, m_p\}$ et $\{\wp_\emptyset, m_q\}$, la masse de la FS $m_{p \oplus q}^S$ se note simplement $m_{p \oplus q}$.

4.1 Limites du conflit deux-à-deux

La TAB. 1 illustre les limites du CDD pour des CE dans le cadre de discernement \emptyset . Si différents les CE semblent être, la FS construit des fonctions de masses égales entraînant notamment des CDD identiques. En effet, m_r se différencie aisément de m_p ou m_q ; or, la métrique de CDD laisse un flou total dans cette différenciation car $A \cap B = \emptyset$ est comptabilisé de la même façon que $A \cap C = \emptyset$ et $B \cap C = \emptyset$.

EF	m_p	m_q	m_r	EF	$m_{p \oplus q}$	$m_{q \oplus r}$	$m_{r \oplus p}$
A	0.5	0.5	0	A	0.25	0.25	0.25
B	0.5	0.5	0	B	0.25	0.25	0.25
C	0	0	0.5	\emptyset	0.5	0.5	0.5
\emptyset	0	0	0.5	\emptyset	0	0	0

TABLE 1: CE différents de CDD égal.

Il apparaît donc intéressant de construire une métrique capable d'identifier la véritable discorde et d'écarter les fonctionnements incohérents du CDD. L'information fournie par d'autres EF \hat{X} et \hat{Y} , les *EF cohérents* (EFC), est considérée comme un support de confirmation; elle est régie par la relation cohérente \mathfrak{R} et projetée sur le poids cohérent $w_{p \oplus q}$ – cf. éq. (9).

$$f_{p \oplus q}(\emptyset) = \sum_{\substack{X \cap Y = \emptyset \\ \mathfrak{R}(X, Y, \hat{X}, \hat{Y})}} m_p(X) m_q(Y) \cdot w_{p \oplus q}(\hat{X}, \hat{Y}) \quad (9)$$

La projection sur les \hat{X} et \hat{Y} donne, à hauteur de $w_{p \oplus q}(\hat{X}, \hat{Y})$, plus ou moins de crédit à X et Y en confirmant ou en infirmant le CDD issu de $X \cap Y = \emptyset$.

4.2 Choix des relations et poids cohérents

Les EFC \hat{X} et \hat{Y} confirment parallèlement $X \cap Y = \emptyset$, c'est pourquoi l'équivalence (10) décompose \mathfrak{R} en l'intersection de deux sous-relations de cohérence τ , conditionnant séparément chaque EFC à chaque EF respectif.

$$\mathfrak{R}(X, Y, \hat{X}, \hat{Y}) \equiv \tau(\hat{X}, Y) \wedge \tau(\hat{Y}, X) \quad (10)$$

Ces confirmations croisées du CDD étant symétriques et indépendantes, on décompose dans l'égalité (11) $w_{p \oplus q}$ en un produit de sous-poids de cohérence w_p et w_q .

$$w_{p \oplus q}(\hat{X}, \hat{Y}) = w_p(\hat{X}) \cdot w_q(\hat{Y}) \quad (11)$$

Sur la base de la relation conjonctive et symétrique qui amène à la définition de la FS, la **Déf. 1** construit de surcroît τ selon le même principe.

Définition 1. Pour un EF et un EFC donnés, τ est vérifiée si leur intersection est vide.

$$\forall (\hat{Y}, X) \in \wp_\emptyset^2, \tau(\hat{Y}, X) \stackrel{\text{déf}}{=} \hat{Y} \cap X = \emptyset$$

Afin de donner une mesure à l'intensité de \mathfrak{R} , $w_{p\oplus q}$ est défini dans la **Déf. 2** comme étant la masse de l'EFC.

Définition 2. Soit $\{\wp_\theta, m_p\}$, le poids de cohérence sur un EFC donné est sa masse.

$$\forall \dot{Y} \in \wp_\theta, w_p(\dot{Y}) \stackrel{\text{déf}}{=} m_p(\dot{Y})$$

La **Déf. 3** caractérise alors le CC $f_{p\oplus q}(\emptyset)$ comme le CDD retranché d'un surplus $E_{p\oplus q}$, l'artefact de conflit – cf. FIG. 1.

Définition 3. Soient deux CE, $\{\wp_\theta, m_p\}$ et $\{\wp_\theta, m_q\}$, le conflit deux-à-deux $m_{p\oplus q}(\emptyset)$ se décompose en deux termes : le conflit cohérent $f_{p\oplus q}(\emptyset)$ et l'artefact de conflit $E_{p\oplus q}$.

$$\begin{aligned} m_{p\oplus q}(\emptyset) &\stackrel{\text{déf}}{=} \sum_{\substack{X \cap Y = \emptyset \\ \dot{X} \cap \dot{Y} = \emptyset \wedge \dot{Y} \cap X = \emptyset}} m_p(X) m_q(Y) m_p(\dot{X}) m_q(\dot{Y}) \\ &+ \sum_{\substack{X \cap Y = \emptyset \\ \dot{X} \cap \dot{Y} \neq \emptyset \vee \dot{Y} \cap X \neq \emptyset}} m_p(X) m_q(Y) m_p(\dot{X}) m_q(\dot{Y}) \\ &= f_{p\oplus q}(\emptyset) + E_{p\oplus q} \end{aligned}$$

Le CC peut également s'écrire à l'aide de l'opérateur de crédibilité (2) appliqué au complémentaire des EF; il s'agit d'une projection du CDD sur le produit de deux opérateurs de crédibilité croisés – cf. **Lem. 1**.

Lemme 1. Soient deux CE, $\{\wp_\theta, m_p\}$ et $\{\wp_\theta, m_q\}$, le CC est la somme du produit des masses des EF d'intersection vide pondérées par les crédibilités croisées de leurs complémentaires.

$$f_{p\oplus q}(\emptyset) = \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_p(X) Cr_q(X^c) m_q(Y) Cr_p(Y^c)$$

Démonstration.

$$\begin{aligned} f_{p\oplus q}(\emptyset) &= \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_p(X) m_q(Y) \sum_{\dot{X} \cap \dot{Y} = \emptyset} m_p(\dot{X}) \sum_{\dot{Y} \cap X = \emptyset} m_q(\dot{Y}) \\ &= \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_p(X) m_q(Y) (1 - Pl_p(Y)) (1 - Pl_q(X)) \\ &= \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_p(X) m_q(Y) Cr_q(X^c) Cr_p(Y^c) \end{aligned}$$

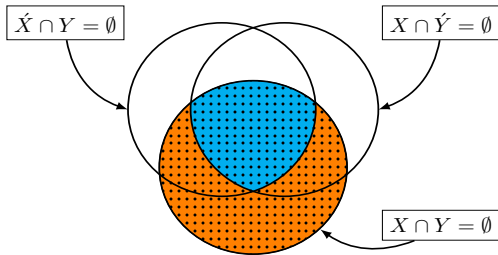


FIGURE 1: $m_{p\oplus q}(\emptyset)$ en pointillé, $f_{p\oplus q}(\emptyset)$ en bleu, $E_{p\oplus q}$ en orange.

4.3 Définition de la fusion cohérente

Il apparaît à présent naturel de construire la FC adaptée à la projection sur les EFC. L'artefact de conflit – FIG. 2 en orange, vu comme un surplus de conflit est la masse résiduelle redistribuée aux EF non-vides; la **Déf. 4** qualifie cet artefact de conflit comme une somme de termes de masses sur des EF non-vides.

Définition 4. Soient deux CE, $\{\wp_\theta, m_p\}$ et $\{\wp_\theta, m_q\}$, l'artefact de conflit $E_{p\oplus q}$ est la somme des résidus d'artefact $\varepsilon_{p\oplus q}$ sur les EF non-vides.

$$\begin{aligned} E_{p\oplus q} &\stackrel{\text{déf}}{=} \sum_{\substack{X \cap Y = \emptyset \\ \dot{X} \cap \dot{Y} \cup \dot{Y} \cap X \neq \emptyset}} m_p(X) m_q(Y) m_p(\dot{X}) m_q(\dot{Y}) \\ &= \sum_{Z \neq \emptyset} \sum_{\substack{X \cap Y = \emptyset \\ \dot{X} \cap \dot{Y} \cup \dot{Y} \cap X = Z}} m_p(X) m_q(Y) m_p(\dot{X}) m_q(\dot{Y}) = \sum_{Z \neq \emptyset} \varepsilon_{p\oplus q}(Z) \end{aligned}$$

Il en découle ainsi le **Th. 1**, construisant la fonction de masse de la FC en respectant l'axiome de normalité sur Θ – cf. éq. (1).

Théorème 1. Soient deux CE, $\{\wp_\theta, m_p\}$ et $\{\wp_\theta, m_q\}$, la masse sur tout EF non-vide de la FC est la somme du résidu d'artefact et de la masse de la FS sur cet EF.

$$\forall Z \neq \emptyset, f_{p\oplus q}(Z) = \varepsilon_{p\oplus q}(Z) + m_{p\oplus q}(Z)$$

Démonstration.

$$\begin{aligned} \sum_{Z \neq \emptyset} f_{p\oplus q}(Z) &= 1 - f_{p\oplus q}(\emptyset) = E_{p\oplus q} + 1 - f_{p\oplus q}(\emptyset) - E_{p\oplus q} \\ &= \sum_{Z \neq \emptyset} \varepsilon_{p\oplus q}(Z) + 1 - m_{p\oplus q}(\emptyset) \\ &= \sum_{Z \neq \emptyset} \varepsilon_{p\oplus q}(Z) + \sum_{Z \neq \emptyset} m_{p\oplus q}(Z) \\ &\iff \forall Z \neq \emptyset, f_{p\oplus q}(Z) = \varepsilon_{p\oplus q}(Z) + m_{p\oplus q}(Z) \end{aligned}$$

□

La FC se comprend en additionnant la projection sur un EF $Z \neq \emptyset$ par la FS à la projection de l'artefact de conflit sur ce même EF – cf. FIG. 2.

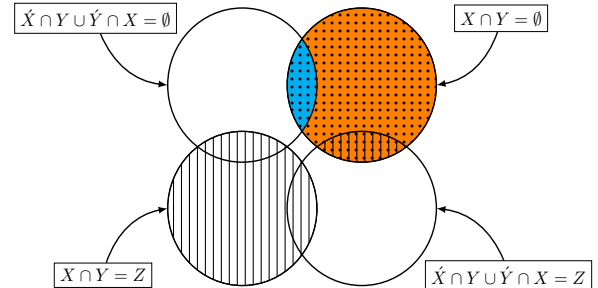


FIGURE 2: En pointillé, $m_{p\oplus q}(\emptyset)$. En bleu et en orange, respectivement $f_{p\oplus q}(\emptyset)$ et $E_{p\oplus q}$. En hachuré, $f_{p\oplus q}(Z \neq \emptyset)$.

5 Exemple numérique

On se place ici dans un jeu de bataille navale où un directeur de tir intègre l'avis de trois opérateurs $\{\wp_\theta, m_p\}$, $\{\wp_\theta, m_q\}$ et $\{\wp_\theta, m_r\}$ quant à l'estimation de la position d'un navire – cf. TAB. 2 et FIG. 3. Cet exemple a pour but non-exhaustif d'illustrer l'efficacité du CC dans la fusion d'informations. Par souci d'écriture, la couronne de cases distantes de n cases de la case centrale (x_c, y_c) se note $U^n(x_c, y_c)$ – cf. éq. (12).

$$U^n(x_c, y_c) = \bigcup_{n+1 \geq \max(|x|, |y|) \geq n} (x + x_c, y + y_c) \quad (12)$$

EF	m_p	m_q	m_r
(3, 3)	0.45	0.42	0
$U^1(3, 3)$	0.40	0.38	0
$U^2(3, 3)$	0.15	0.20	0
(4, 5)	0	0	0.53
$U^1(4, 5)$	0	0	0.27
$U^2(4, 5)$	0	0	0.20

TABLE 2: Estimations de $\{\varphi_\emptyset, m_p\}$, $\{\varphi_\emptyset, m_q\}$ et $\{\varphi_\emptyset, m_r\}$.

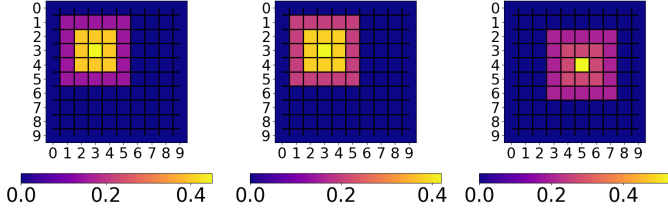


FIGURE 3: Pour une case (x, y) donnée, de gauche à droite $Pl_p(x, y)$, $Pl_q(x, y)$ et $Pl_r(x, y)$ en niveaux de couleur.

La FIG. 4 montre que $m_{p \oplus q}(\emptyset) > m_{r \oplus p}(\emptyset) > m_{q \oplus r}(\emptyset)$ dans le cadre de la FS; résultat déroutant car $m_p \approx m_q \neq m_r$.

En un second temps, on note que la case (4, 5) – l’estimation dominante de $\{\varphi_\emptyset, m_r\}$, est celle de plausibilité $Pl_{q \oplus r}(4, 5)$ la plus importante, aussi insignifiante soit-elle pour $\{\varphi_\emptyset, m_q\}$. De plus, $Pl_{q \oplus r}(3, 3)$ et $Pl_{r \oplus p}(3, 3)$ sont quelconques malgré la prépondérance de (3, 3); mais aussi $Pl_{q \oplus r}(3, 4)$ et $Pl_{q \oplus r}(4, 4)$ ne sont pas majoritaires alors qu’il s’agit des cases communes déterminantes de $\{\varphi_\emptyset, m_q\}$ et $\{\varphi_\emptyset, m_r\}$ – cf. TAB. 2.

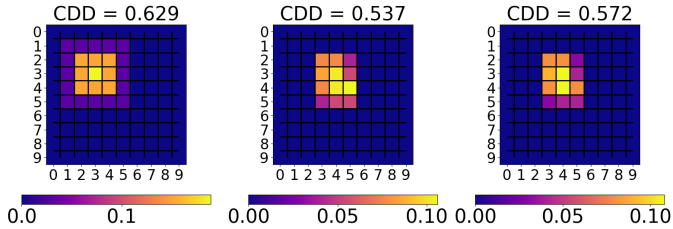


FIGURE 4: Pour une case (x, y) donnée, de gauche à droite $F_{p \oplus q}(\emptyset)$, $F_{q \oplus r}(\emptyset)$ et $F_{r \oplus p}(\emptyset)$ en niveaux de couleur.

Toutefois, via l’utilisation de la FC – cf. FIG. 5, on retrouve que $F_{p \oplus q}(\emptyset) < F_{q \oplus r}(\emptyset) < F_{r \oplus p}(\emptyset)$: ce résultat est plus intuitif. En effet, ici les $Pl_{q \oplus r}^f(3, 4)$ et $Pl_{q \oplus r}^f(4, 4)$ se démarquent par leur supériorité; ce qui n’est pas le cas notamment pour la FS où $Pl_{q \oplus r}(4, 5)$ est la plus forte. Il s’agit d’une conséquence du fait que la FS attribue des masses moins élevées aux EF composés de (3, 4) et (4, 4); cases pourtant significatives et communes aux trois CE.

On retiendra dans cet exemple que la FC semble plus intuitive pour le directeur de tir que la FS : $\{\varphi_\emptyset, m_r\}$ génère en effet plus de CC face à $\{\varphi_\emptyset, m_p\} \approx \{\varphi_\emptyset, m_q\}$. On notera également que la FC accentue la masse sur les EF de CE proches. Parallèlement, plus les CE sont dissemblables, plus les masses d’EF communs sont importantes relativement aux autres, ce qui n’est pas le cas de la FS. Ce comportement relève du compromis entre CE et atténue l’impact des EF peu représentés, mais de masses fortes et inclus dans des disjonctions d’autres EF.

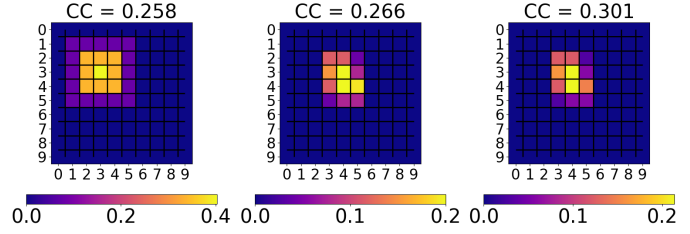


FIGURE 5: Pour une case (x, y) donnée, de gauche à droite $Pl_{p \oplus q}^f(x, y)$, $Pl_{q \oplus r}^f(x, y)$ et $Pl_{r \oplus p}^f(x, y)$ en niveaux de couleur.

6 Conclusion

Dans ce travail, nous avons introduit un nouveau concept appelé conflit cohérent, qui permet la fusion d’informations vulnérables en monde ouvert. Cette vulnérabilité induit une forme de discordance lors de la combinaison des sources d’informations. Les limites du conflit classique ont été illustrées sur un cas d’école du conflit deux-à-deux, et qui a permis de construire le conflit dit cohérent et définir la fusion cohérente associée. La métrique classique de conflit deux-à-deux a été ajustée en conflit cohérent au monde ouvert, rendant exploitable l’ensemble vide de la fusion de Dempster-Shafer. L’introduction du conflit cohérent permet de réduire le conflit entre corps d’évidence proches et par conséquent, identifier correctement les corps d’évidence singuliers par leur conflit cohérent excessif. Une prochaine étape de ce travail serait de mettre en lumière des relations cohérentes complémentaires liant par exemple les éléments focaux cohérents entre eux. La projection sur ces éléments focaux pourrait montrer une autre utilité dans le contexte de fusion d’informations vulnérables.

Références

- [1] A. P. Dempster, *A generalization of Bayesian inference*, vol. 30, no. 2, pp. 205–32, J. Royal Stat. Society, 1968.
- [2] D. Dubois et col., *The basic principles of uncertain information fusion. An organised review of merging rules in different representation frameworks*, vol. 32, pp. 12–39, Information Fusion, 2016.
- [3] D. Dubois et H. Prade, *Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures*, vol. 4, no. 3, pp. 244–64, Computational intelligence, 1988.
- [4] G. Shafer, *A mathematical theory of evidence*, vol. 42, 1976.
- [5] F. Smarandache et J. Dezert, *Information fusion based on new proportional conflict redistribution rules*, vol. 2, 7th Int. Conf. Information Fusion, 2005.
- [6] Ph. Smets, *Analyzing the combination of conflicting belief functions*, vol. 8, no. 4, pp. 387–412, Information fusion, 2007.
- [7] R.R. Yager, *On the Dempster-Shafer framework and new combination rules*, vol. 41, no. 2, pp. 93–137, Information sciences, 1987.