

# Compromis débit-distorsion-classification avec information adjacente

Jiahui WEI<sup>1,2</sup> Philippe MARY<sup>1</sup> Elsa DUPRAZ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Univ. Rennes, INSA, IETR, UMR CNRS, 20 avenue des Buttes de Coësmes, 35700, Rennes, France

<sup>2</sup>IMT Atlantique, CNRS UMR 6285, Lab-STICC, 655 Av. du Technopôle, 29280 Plouzané, France

**Résumé** – Nous étudions le problème de la compression et reconstruction d’une source non directement observée à l’encodeur. Étant donnée une source  $S$  générant un couple d’observations  $(X, Y)$ , l’encodeur compresses  $X$  et l’envoie au décodeur dont le but est de reconstruire  $S$  et  $X$ . Nous donnons la limite débit-distorsion pour ce problème dans le cas où  $Y$  n’est présente qu’au décodeur (schéma de Wyner-Ziv) pour des sources générales et proposons un algorithme de type Blahut-Arimoto pour résoudre le problème numériquement. Nous fournissons aussi l’expression exacte lorsque  $S$  est binaire et  $(X, Y)$  conjointement gaussiennes avec  $Y$  disponible à l’encodeur et au décodeur. Nous montrons ensuite que le compromis débit-distorsion de la compression de  $X$  puis l’estimation de  $S$  au décodeur est meilleur que celui où  $S$  est estimée directement à l’encodeur puis compressée.

**Abstract** – We tackle the problem of compressing and reconstructing a source not directly observed by the encoder. Given a source  $S$  generating a pair of observations  $(X, Y)$ ,  $X$  is compressed at the encoder and sent to the decoder that aims at reconstructing  $S$  and  $X$ . We provide the rate-distortion function when  $Y$  is present only at the decoder (Wyner-Ziv scheme) for general sources and we propose an algorithm to solve the problem numerically. When  $S$  is binary and  $(X, Y)$  jointly Gaussian, we provide the exact rate-distortion function when  $Y$  is available at both the encoder and the decoder. We further show that the rate-distortion trade-off of compressing  $X$  and then estimating  $S$  at the decoder is better than when  $S$  is estimated directly at the encoder and then compressed.

## 1 Introduction

Le schéma de Wyner-Ziv [15] considère la compression d’une source  $X$ , sachant qu’une source  $Y$  conjointement distribuée avec  $X$  est disponible au décodeur uniquement. Il s’agit d’un cas particulier du problème de la compression de sources distribuées, par exemple dans un réseau de capteurs.

Motivés par le récent développement des communications orientées tâches, nous étudions le problème de la reconstruction d’une source latente  $S$  non directement observée à l’encodeur ni au décodeur, en plus de la source observée  $X$  comme illustré sur la figure 1. La source latente  $S$  peut modéliser une information sémantique sur  $X$ . Si les interrupteurs A et B sont ouverts, aucune information adjacente n’est disponible et on parle de compression de source indirecte. Si seulement B est fermé, l’information adjacente  $Y$  n’est présente qu’au décodeur et on parle de schéma de compression indirect de Wyner-Ziv. Enfin, si A et B sont fermés, il s’agit d’une compression de source indirecte conditionnelle.

gies : une première sur la source sémantique  $S$  et sa reconstruction  $\hat{S}$ , et une autre sur l’observation  $X$  et sa reconstruction  $\hat{X}$ . L’intérêt pour le codage de source indirecte remonte à Dubroshin, Tsybakov [3] et Witsenhausen [14] qui ont étudié le cas sans information adjacente.

Ce problème a récemment été revisité dans le cadre des communications orientées tâches ou sémantiques. Dans le cas sans information adjacente, la fonction débit-distorsion pour des sources  $(S, X)$  gaussiennes est fournie dans [8], tandis que l’analyse a été étendue à des sources discrètes dans [9]. Le cas conditionnel a été traité dans [4, 5], et le cas Wyner-Ziv avec des terminaux multiples et une information adjacente au décodeur, a récemment été étudié dans [10]. Ces travaux s’intéressent au compromis débit-distorsion d’une source sémantique en régime asymptotique. Nous avons été parmi les premiers à nous intéresser aux performances fondamentales des communications en régime non-asymptotique pour des tâches de régression linéaire et polynomiale [11, 12].

Dans cet article, nous revisitons le problème de compression de source indirecte conditionnelle et de Wyner-Ziv, sous deux angles particuliers : (i) l’évaluation numérique des fonctions débit-distorsions correspondantes (non traitée dans [5, 10]), (ii) la comparaison de deux stratégies : estimer  $S$  à l’encodeur et en transmettre une version compressée, ou estimer  $S$  au décodeur, à partir d’une version compressée de  $X$ . Pour le premier point, nous proposons un algorithme pour évaluer numériquement le débit minimal sous contrainte de distorsion sur la source  $S$  et sur l’observation  $X$ . Pour le deuxième point, nous considérons le cas particulier où  $S$  est binaire, et  $(X, Y)$  sont conjointement gaussiennes de matrice de covariance différente selon la réalisation de  $S$ . Nous montrons que la région débit-distorsion sur la source  $S$  est plus grande pour la stratégie « compresser puis estimer » que « estimer puis compresser ».

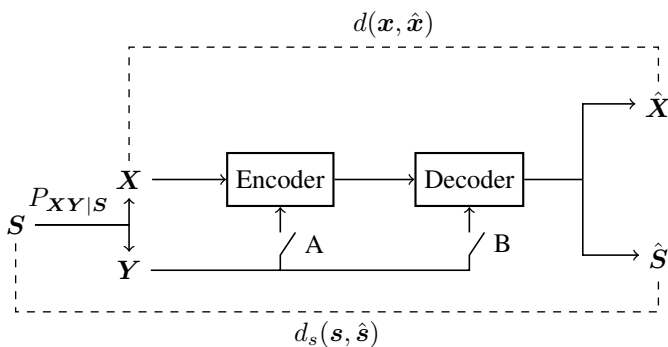


FIGURE 1 : Schéma de compression sémantique

Dans ce schéma, deux métriques de distorsions sont défi-

## 2 Définitions et position du problème

### 2.1 Notations

Les variables aléatoires et leurs réalisations sont représentées en lettres majuscule et minuscule respectivement, e.g.,  $X, x$ , les vecteurs aléatoires en lettre capitale et en gras, e.g.,  $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_n]^T$ . De plus,  $\mathbb{E}_P[\mathbf{X}]$  représente l'espérance mathématique de  $\mathbf{X}$  prise suivant la distribution  $P$ . On omettra de préciser la distribution si celle-ci est claire avec le contexte. Les ensembles de dimension  $n$  sont calligraphiés, e.g.  $\mathcal{X}^n$ .

### 2.2 Définition des sources

On considère des sources de taille  $n$ ,  $(\mathbf{S}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}) \in \mathcal{S}^n \times \mathcal{X}^n \times \mathcal{Y}^n$ , chaque source générant des éléments indépendants et identiquement distribués (i.i.d.), et chaque triplet  $(S_i, X_i, Y_i) \in \mathcal{S} \times \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$  est distribué suivant  $P_{SXY} = P_S P_{XY|S}$ . La source sémantique  $\mathbf{S}$  représente la variable latente non-observée à l'encodeur et engendre les observations  $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ . On compresse  $\mathbf{X}$  avec l'aide ou non de  $\mathbf{Y}$  et le but est de reconstruire  $\mathbf{S}$  en plus de  $\mathbf{X}$ . Comme indiqué sur la figure 1, on définit deux métriques de distorsion :  $d_s : \mathcal{S}^n \times \hat{\mathcal{S}}^n \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$  et  $d : \mathcal{X}^n \times \hat{\mathcal{X}}^n \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ , où

$$d_s(\mathbf{s}, \hat{\mathbf{s}}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_s(s_i, \hat{s}_i), \quad (1)$$

$$d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d(x_i, \hat{x}_i). \quad (2)$$

$d_s$  est la distorsion sur la source sémantique,  $d$  celle sur l'observation et  $\hat{\mathcal{S}}, \hat{\mathcal{X}}$ , sont les espaces de reconstructions des sources  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{X}$ .

### 2.3 Compression de source indirecte

**Définition 1 (Code source indirect)** *Un code source indirect est un quadruplet  $(n, M_n, D, D_s)$ , avec  $M_n = 2^{nR}$ , et une paire  $(\phi_n, \psi_n)$  de fonction de codage et de décodage (possiblement aléatoires) telle que l'encodeur est*

$$\phi_n : \mathcal{X}^n \times \mathcal{Y}^n \longrightarrow \{1, 2, \dots, M_n\}, \quad (3)$$

et le décodeur

$$\psi_n : \{1, 2, \dots, M_n\} \times \mathcal{Y}^n \longrightarrow \hat{\mathcal{S}}^n \times \hat{\mathcal{X}}^n. \quad (4)$$

D'autre part

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E} \left[ d_s(\mathbf{S}, \hat{\mathbf{S}}) \right] \leq D_s, \quad (5)$$

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E} \left[ d(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \right] \leq D. \quad (6)$$

Dans la définition précédente, le couple  $(D, D_s)$  représente les contraintes de distorsion sur la reconstruction de l'observation  $X$  et celle sur la source sémantique  $S$ , respectivement. Enfin  $R$  est le taux de compression. Un code source de Wyner-Ziv reprend la même définition mais sans l'information adjacente à l'encodeur, i.e.  $\phi_n : \mathcal{X}^n \longrightarrow \{1, \dots, M_n\}$ .

La fonction débit-distorsion sémantique est définie comme :

$$R(D, D_s) = \inf \{ R : \exists (n, M_n, D, D_s)\text{-code} \}. \quad (7)$$

Lorsque l'information adjacente est présente aussi bien à l'encodeur qu'au décodeur, on note cette fonction  $R_{X|Y}(D, D_s)$ . Dans le cas Wyner-Ziv, on utilise  $R_{WZ}(D, D_s)$ .

## 3 Fonction débit-distorsion

### 3.1 Cas de Wyner-Ziv

Le premier résultat de cet article est la caractérisation de la fonction débit-distorsion sémantique dans le cas de Wyner-Ziv et s'énonce selon le théorème suivant, qui est un cas particulier de [10].

#### Theorem 1 (Débit-distorsion sémantique de Wyner-Ziv)

*La fonction débit-distorsion pour le codage de source sémantique avec information adjacente au décodeur et des sources i.i.d. est la solution du problème variationnel suivant :*

$$R_{WZ}(D, D_s) = \inf_{P_{U|X}} I(X; U) - I(U; Y), \quad (8)$$

$$\mathbb{E}_{P_{XUY}} \left[ d(X, \hat{X}) \right] \leq D$$

$$\mathbb{E}_{P_{XUY}} \left[ d'(X, Y, \hat{S}) \right] \leq D_s$$

avec  $U$  une variable aléatoire auxiliaire satisfaisant la chaîne de Markov  $U - X - Y$  et l'existence d'une fonction de décodage  $\psi_n : \mathcal{U} \times \mathcal{Y}^n \rightarrow \hat{\mathcal{S}}^n \times \hat{\mathcal{X}}^n$  telle que les contraintes de distorsion sur l'observation et la source sémantique soient satisfaites. La mesure de distorsion modifiée  $d'(x, \hat{s})$  est telle que :

$$d'(x, \hat{s}) = d'(x, \hat{s}(u, y))$$

$$= \frac{1}{P_{XY}(x, y)} \sum_{s \in \mathcal{S}} P_{XYS}(x, y, s) d_s(s, \hat{s}(u, y)). \quad (9)$$

La distribution  $P_{U|X}$ , appelée canal-test, constitue la solution du problème et décrit la statistique de compression de  $X$ . La preuve de ce résultat suit les mêmes étapes que la dérivation du compromis débit-distorsion dans le problème de Wyner-Ziv classique mais avec deux contraintes. La contrainte sur la distorsion sémantique dans le problème original s'écrit  $\mathbb{E} \left[ d_s(\mathbf{S}, \hat{\mathbf{S}}) \right]$  dont on montre qu'elle est équivalente à celle dans (8) et (9), pour des sources i.i.d.

### 3.2 Solution avec Blahut-Arimoto

La solution du problème (8) est accessible en forme explicite seulement pour des modèles de source très particuliers, comme des sources gaussiennes avec distorsion quadratique ou sources discrètes avec distorsion de Hamming. Pour tout autre modèle, on ne connaît pas de forme exacte de la solution. Cependant, on peut la calculer avec l'algorithme de Blahut-Arimoto (BA) [2, 1] adapté à notre problème et que nous présentons ici.

Pour tout  $x \in \mathcal{X}$ , le lagrangien associé au problème d'optimisation (8) s'écrit :

$$\mathcal{L}(P_{U|X}(u|x), \lambda, \mu, \nu(x)) = I(X; U) - I(U; Y)$$

$$+ \lambda \left( \mathbb{E} \left[ d(X, \hat{X}) \right] - D \right) + \mu \left( \mathbb{E} \left[ d'(X, \hat{S}) \right] - D_s \right)$$

$$+ \sum_x \nu(x) \left( \sum_u P_{U|X}(u|x) - 1 \right), \quad (10)$$

où  $\lambda, \mu \geq 0$  sont les multiplicateurs de Lagrange pour les contraintes sur l'observation et la variable sémantique, respectivement. Le multiplicateur  $\nu(x) \geq 0, \forall x \in \mathcal{X}$ , assure que la solution obtenue est une distribution.

$$P_{U|X}^*(u|x) = \frac{\exp\left(\sum_y P_{Y|X}(y|x) (\log P_{U|Y}(u|y) - \lambda d(x, \hat{x}) - \mu d'(x, \hat{s}))\right)}{\sum_u \exp\left(\sum_y P_{Y|X}(y|x) (\log P_{U|Y}(u|y) - \lambda d(x, \hat{x}) - \mu d'(x, \hat{s}))\right)}. \quad (11)$$

Nous présentons dans l'algorithme 1, la procédure pour calculer la fonction débit-distorsion du codage source sémantique de Wyner-Ziv. Il s'agit d'une adaptation de l'algorithme BA proposé en [2, 1] et [13], étendue au problème de codage source indirect. Le cœur de l'algorithme consiste à mettre à jour (maj) à chaque itération la distribution  $P_{U|X}^{(i)}$  avec (11), ainsi que la fonction  $\psi^{(i)} : \mathcal{U} \times \mathcal{Y}^n \rightarrow \hat{\mathcal{S}}^n \times \hat{\mathcal{X}}^n$ . Cette dernière est obtenue en trouvant le couple  $(\hat{s}, \hat{x})$  qui minimise la distorsion sous le canal test courant. C'est-à-dire que pour tout couple  $(u, y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{Y}$  et  $i \in \llbracket 1, N \rrbracket$ , on a

$$\psi^{(i)}(u, y) = \arg \min_{\hat{x}, \hat{s}} \sum_x P_{U|X}^{(i-1)}(u|x) (\lambda d(x, \hat{x}) + \mu d'(x, \hat{s})). \quad (12)$$

Enfin en faisant varier les valeurs de  $\lambda$  et  $\mu$ , on contrôle le compromis entre la reconstruction de  $X$  ou de  $S$  et on obtient la fonction débit-distorsion correspondante.

---

#### Algorithme 1 : Algorithme BA pour $R_{WZ}(D, D_s)$

---

**Entrées :**  $P_{XY}, \lambda, \mu, N, \epsilon$

**Sorties :**  $R, D, D_s$

1 Initialiser  $P_{U|X}^{(0)}$  aléatoirement

2  $D_s \leftarrow \infty, D \leftarrow \infty, i \leftarrow 0$

3 **répéter**

4  $i \leftarrow i + 1$

5  $D'_s \leftarrow D_s, D' \leftarrow D$

6  $P_{U|Y}^{(i)}(u|y) \leftarrow \sum_x P_{X|Y}(x|y) P_{U|X}^{(i-1)}(u|x)$

7 maj  $\psi^{(i)} : \mathcal{U} \times \mathcal{Y} \rightarrow \hat{\mathcal{S}} \times \hat{\mathcal{X}}$  avec (12)

8 maj  $P_{U|X}^{(i)}$  dans (11) avec  $P_{U|Y}^{(i)}(u|y)$  et  $\psi^{(i)}$

9  $R \leftarrow \sum_{xuy} P_{XY}(x, y) P_{U|X}^{(i)}(u|x) \log \frac{P_{U|X}^{(i)}(u|x)}{P_{U|Y}^{(i)}(u|y)}$

10  $D_s \leftarrow$

$$\sum_{xuy} P_{XY}(x, y) P_{U|X}^{(i)}(u|x) d'(x, \hat{s}^{(i)}(u, y))$$

11  $D \leftarrow$

$$\sum_{xuy} P_{XY}(x, y) P_{U|X}^{(i)}(u|x) d(x, \hat{x}^{(i)}(u, y))$$

12 **jusqu'à**

$$(i == N) \text{ || } (|D - D'| \leq \epsilon \ \& \ |D_s - D'_s| \leq \epsilon);$$


---

### 3.3 Comparaison avec le cas conditionnel

On s'intéresse maintenant au compromis débit-distorsion pour  $S$  uniquement. Dans le cas conditionnel ( $Y$  à l'encodeur et au décodeur), les auteurs de [4] ont montré que la fonction débit-distorsion s'écrivait :

$$R_{X|Y}^I(D_s) = \inf_{P_{\hat{S}|XY}} I(X; \hat{S}|Y). \quad (13)$$

$$\mathbb{E}_{P_{XY\hat{S}}} [d'(X, Y, \hat{S})] \leq D_s$$

On considère une source  $S$  binaire et  $(X, Y)$  conjointement gaussiennes, telle que  $(X, Y) \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \underline{\Sigma}_0)$  si  $S = 0$  et

$(X, Y) \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \underline{\Sigma}_1)$  si  $S = 1$ , avec

$$\underline{\Sigma}_0 = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \theta_0 \\ \theta_0 & \sigma_Y^2 \end{bmatrix}, \underline{\Sigma}_1 = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \theta_1 \\ \theta_1 & \sigma_Y^2 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

les matrices de covariance du couple  $(X, Y)$  selon la valeur de  $S$ . De plus,  $\theta_0$  et  $\theta_1$  sont les covariances entre  $X$  et  $Y$  si  $S = 0$  et  $S = 1$ , respectivement. Dans ce cas, la distorsion sur  $S$  est définie avec la distance de Hamming, i.e.,  $d_s(s, \hat{s}) = 0$  si  $\hat{s} = s$  et  $d_s(s, \hat{s}) = 1$  sinon.

**Theorem 2** Dans le cas de sources telles que définies précédemment, la fonction débit-distorsion indirecte conditionnelle s'écrit :

$$R_{X|Y}^I(D_s) = 1 - \frac{1}{2} \int (N_0(x, y) + N_1(x, y)) H(\rho(x, y)) dx dy \quad (15)$$

pour  $D_s \in [d_{min}, 1/2]$  avec

$$d_{min} = \frac{1}{2} \int \min\{P_{S|XY}(S=0|x, y), 1 - P_{S|XY}(S=0|x, y)\} (N_0(x, y) + N_1(x, y)) dx dy, \quad (16)$$

la distorsion minimale pouvant être atteinte. De plus

$$\rho(x, y) \triangleq P_{\hat{S}|XY}(\hat{S}=0|x, y) = \left(1 + 2^\lambda \frac{N_1(x, y) - N_0(x, y)}{N_1(x, y) + N_0(x, y)}\right)^{-1}, \quad (17)$$

où  $H(\cdot)$  représente l'entropie binaire et  $N_i(x, y) = p_{XY|S}(x, y|s=i)$ ,  $i \in \{0, 1\}$  dénote la densité de probabilité conjointe de  $(X, Y)$  lorsque  $S = 0$  et  $S = 1$ , respectivement. Le multiplicateur  $\lambda > 0$  satisfait

$$\frac{1}{2} \int N_0(x, y)(1 - \rho(x, y)) + N_1(x, y)\rho(x, y) dx dy = D_s. \quad (18)$$

La preuve s'obtient en écrivant explicitement le lagrangien du problème variationnel en (13), puis en le dérivant par rapport à  $\rho(x, y)$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$  et en l'égalisant à zéro.

## 4 Résultats numériques et discussion

Nous illustrons numériquement les résultats obtenus dans les théorèmes 1 et 2, en utilisant l'algorithme 1. L'implémentation du résultat du théorème 2 est strictement identique à la résolution de (13) avec l'algorithme 1. L'algorithme BA a été conçu pour des sources dans des alphabets finis, mais le problème traité ici implique une source discrète  $S$  tandis que  $X$  et  $Y$  sont continues. Les deux sources gaussiennes sont donc discrétisées en utilisant une quantification uniforme [7] à 200 niveaux sur  $[-10, 10]$ . On pose  $\sigma_X^2 = 2, \sigma_Y^2 = 1, \theta_0 = 1$ . La figure 2 représente la région débit-distorsion-classification du problème de Wyner-Ziv indirect. Sur la figure, nous représentons également les projections de la surface sur le plan  $R - D$  pour une

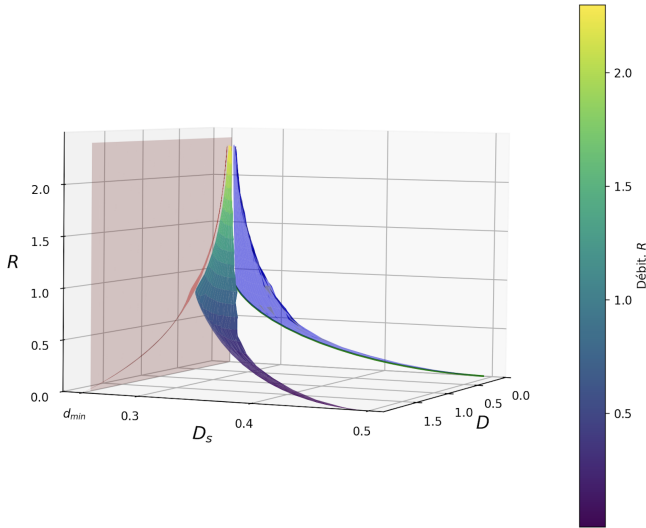


FIGURE 2 : Fonction débit-distorsion-classification

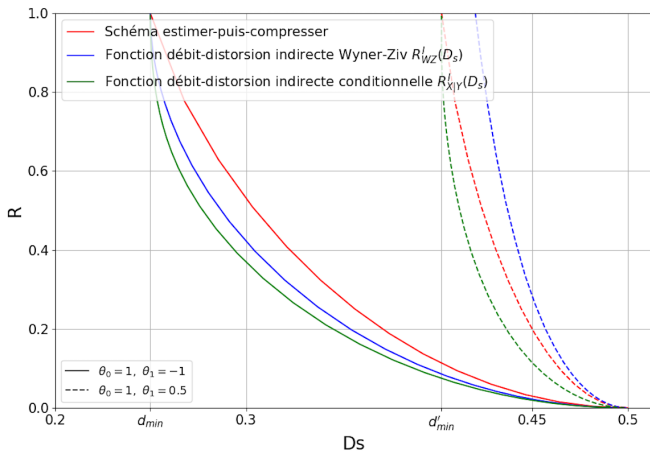


FIGURE 3 : Fonctions débit-classification des cas conditionnel, de Wyner-Ziv et "estimer-puis-compresser"

distorsion sémantique  $d_s \in [d_{\min}, 1/2]$  fixée (région rouge), et sur le plan  $R - D_s$  pour une distorsion sur l'observation  $d \in \mathbb{R}$ , fixée (région bleue). La région délimitée inférieurement par la ligne rouge dans le plan  $R - D$  est obtenue pour  $d_s = d_{\min}$ . Ici,  $d_{\min} = 0.2497$ . On constate que la fonction  $R_{WZ}(D)$  varie assez peu quand  $d_s \in [d_{\min}, 1/2]$ . La région bleue dans le plan  $R - D_s$  est délimitée inférieurement par la courbe verte obtenue pour  $d$  grand. A mesure que  $d$  diminue, on s'éloigne de la courbe verte et le débit nécessaire augmente. la région bleue du plan  $R - D_s$  est plus large que la région rouge du plan  $R - D$  ce qui traduit que la reconstruction de  $X$  est plus contraignante que celle de  $S$ .

La figure 3 s'intéresse exclusivement à la fonction débit-classification, c'est-à-dire quand on cherche seulement à reconstruire  $S$ , pour trois schémas : i) le cas conditionnel, i.e.,  $R_{X|Y}^I(D_s)$ , ii) le cas de Wyner-Ziv, i.e.  $R_{WZ}^I(D_s)$ , et le cas "estimer-puis-compresser" [6] et deux jeux de paramètres de covariance, i.e.  $\theta_1 = -1$  en traits pleins et  $\theta_1 = 0.5$  en pointillés. Dans le cas "estimer-puis-compresser", puisque l'information adjacente est disponible à l'encodeur, celui-ci peut estimer  $\hat{S}$  puis le transmettre au décodeur. Pour  $R = 1$  et  $\theta_1 = -1$ , on remarque que les trois schémas sont équivalents et atteignent la distorsion minimale  $d_{\min} = 0.2497$ . Par

contre, lorsque le débit diminue, on remarque qu'il devient plus intéressant de compresser l'observation  $X$  et d'estimer  $\hat{S}$  au décodeur à partir de la version compressée de  $X$ , plutôt que d'estimer  $S$  à l'encodeur directement, ce qui constitue un résultat contre-intuitif. On remarque aussi que le schéma de Wyner-Ziv permet de faire mieux que la stratégie "estimer-puis-compresser" pour ce jeu de paramètre, i.e.  $\theta_0 = 1, \theta_1 = -1$ , mais est moins bon que les autres si  $\theta_1 = 0.5$ . La raison fondamentale sous-jacente de ce comportement est encore à l'étude, mais cela constitue néanmoins un résultat singulier et ouvre des perspectives intéressantes pour des schémas de codage orientés tâches.

## Références

- [1] Suguru ARIMOTO : An algorithm for computing the capacity of arbitrary discrete memoryless channels. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 18(1):14–20, 1972.
- [2] Richard BLAHUT : Computation of channel capacity and rate-distortion functions. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 18(4):460–473, 1972.
- [3] R DOBRUSHIN et Boris TSYBAKOV : Information transmission with additional noise. *IRE Trans. Inf. Theory*, 8(5):293–304, 1962.
- [4] Basak GULER, Ebrahim MOLAVIANJAZI et Aylin YENER : Remote source coding with two-sided information. In *2015 IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT)*, pages 2176–2180, 2015.
- [5] Tao GUO, Yizhu WANG, Jie HAN, Huihui WU, Bo BAI et Wei HAN : Semantic compression with side information : A rate-distortion perspective. *arXiv :2208.06094*, 2022.
- [6] Alon KIPNIS, Stefano RINI et Andrea J. GOLDSMITH : The indirect rate-distortion function of a binary i.i.d source. In *2015 IEEE Inf. Theory Workshop - Fall (ITW)*, pages 352–356, 2015.
- [7] Ercan E. KURUOGLU et Jia WANG : Rate-distortion function for  $\alpha$ -stable sources. *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, 70(7):974–978, 2016.
- [8] Jiakun LIU, Wenyi ZHANG et H Vincent POOR : A rate-distortion framework for characterizing semantic information. In *2021 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, pages 2894–2899. IEEE, 2021.
- [9] Photios A. STAVROU et Marios KOUNTOURIS : A rate distortion approach to goal-oriented communication. In *2022 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, pages 590–595, 2022.
- [10] Jiancheng TANG, Qianqian YANG et Deniz GÜNDÜZ : Distributed indirect source coding with decoder side information. *arXiv preprint arXiv :2405.13483*, 2024.
- [11] Jiahui WEI, Elsa DUPRAZ et Philippe MARY : Asymptotic and non-asymptotic rate-loss bounds for linear regression with side information. In *31st European Signal Processing Conf., EUSIPCO*, 2023.
- [12] Jiahui WEI, Philippe MARY et Elsa DUPRAZ : Rate-loss regions for polynomial regression with side information. In *2024 Int. Zurich Seminar on Inf. and Commun.*, 2024.
- [13] F. M. J WILLEMS : Computation of the wyner-ziv rate-distortion function. Rapport technique, Technische Hogeschool Eindhoven, 1983.
- [14] H. WITSENHAUSEN : Indirect rate distortion problems. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 26(5):518–521, 1980.
- [15] Aaron WYNER et Jacob ZIV : The rate-distortion function for source coding with side information at the decoder. *IEEE Trans. inf. Theory*, 22(1):1–10, 1976.