

Factorisation de matrices de covariance appliquée à la séparation de sources de bruit de turbomachines

Sarah ROUAL^{1,2} Gilles CHARDON¹ Charles SOUSSEN¹ Claude SENSAU²

¹Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec, Laboratoire des Signaux et Systèmes, 3, rue Joliot-Curie, 91190 Gif-sur-Yvette, France

²Safran Tech, Rue des jeunes bois, 78114 Magny-les-Hameaux, France

Résumé – Les turbomachines avion sont à l’origine de nuisances sonores que les ingénieurs doivent pouvoir prédire et monitorer. Les mesures acoustiques au banc moteur statique nécessitent des techniques de séparation de sources pour affiner les modèles physiques des émissions sonores. Ces campagnes d’essais impliquent l’acquisition de signaux sur une plage de vitesses moteur stabilisées, à l’aide d’un réseau de microphones synchrones. Cet article présente un dispositif expérimental contrôlé visant à reproduire ces essais et à comparer les performances de la Factorisation en Matrices Non-Négatives (NMF) avec son extension, la Factorisation de Tenseurs Semi-Définis Positifs (PSDTF). Les résultats montrent la supériorité de la PSDTF et révèlent que l’ajout d’une contrainte de faible rang sur les matrices de covariance des sources améliore de manière significative la robustesse au bruit.

Abstract – Aircraft turbofan engines are a source of noise pollution that engineers must accurately predict and monitor. Acoustic measurements on static engine test benches require source separation techniques to refine the physical models of sound sources. These test campaigns involve signal acquisition across a range of stabilized engine speeds, using a synchronous microphone array. This paper presents a controlled experimental setup to replicate these tests and compare the performance of Non-Negative Matrix Factorization (NMF) with its extension, Positive Semi-Definite Tensor Factorization (PSDTF). Results demonstrate PSDTF’s superiority and show that incorporating a low-rank constraint on source covariance matrices significantly enhances robustness to noise.

1 Introduction

Les moteurs d’avions commerciaux sont des sources importantes de bruit, un phénomène dont l’impact s’intensifie avec l’augmentation du trafic aérien. La réduction de ce bruit constitue désormais un défi amplifié par le renforcement des normes acoustiques environnementales. Le bruit généré par ces moteurs est un mélange de sources (soufflante, combustion, jet, etc.), chacune ayant un spectre, une directivité et un motif d’activation en régime propres. Pour valider les modèles physiques de prédiction de ces sources, l’exploitation des mesures au banc d’essai est une étape incontournable, qui nécessite cependant de séparer préalablement les sources dans les mesures.

Quand le modèle de propagation des sources peut être déduit de la physique du problème, des techniques de localisation de sources telles que SODIX et CLEAN-SC permettent une séparation efficace des différentes contributions acoustiques [7, 2], typiquement pour des prototypes de moteurs à conception ouverte, tels que l’Open Fan [1]. Cependant, la plupart des moteurs aéronautiques commerciaux actuels comportent une nacelle qui masque les sources acoustiques, empêchant ainsi l’utilisation d’un modèle physique précis de propagation sonore. Cette contrainte justifie le recours à une approche de séparation aveugle des sources, qui ne nécessite pas de tel modèle.

Nos travaux antérieurs ont montré, sur un cas expérimental simplifié, l’intérêt d’exploiter les matrices de covariance spatiales complètes issues des mesures acoustiques effectuées par un réseau de microphones [5]. Toutefois, ces mesures réalisées en salle non traitée avaient souffert d’effets de

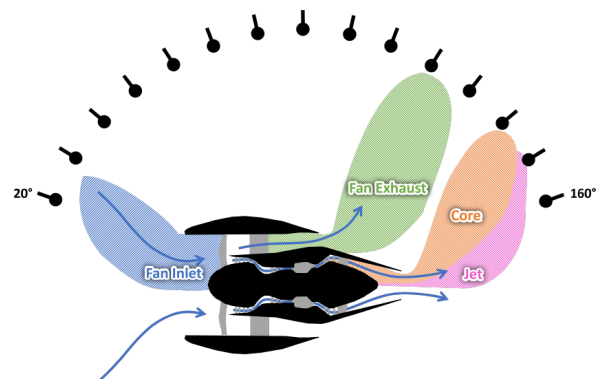


FIGURE 1 : Schéma d’un moteur au banc d’essai statique, entouré d’un réseau de microphones où 4 sources (Fan inlet, Fan exhaust, Core et Jet) émanent avec des directivités propres.

résonance aux basses fréquences. La présente étude prolonge ces recherches en apportant une validation complémentaire ainsi qu’une analyse approfondie de la robustesse au bruit dans un environnement expérimental mieux maîtrisé.

Deux méthodes sont explorées. La première, la Factorisation en Matrices Non-négatives (NMF), permet de décomposer les mesures en somme de contributions individuelles, chaque source étant ici caractérisée par son profil de puissance en fonction du régime et son diagramme de directivité, à une fréquence donnée [3]. Cette méthode a déjà montré des résultats prometteurs dans la séparation des

bruits des turboréacteurs [6].

La seconde méthode, la Positive Semi-Definite Tensor Factorization (PSDTF), offre une approche plus sophistiquée en exploitant les corrélations entre capteurs. En décomposant les matrices de covariance des mesures (SCM) à différents régimes, cette méthode permet une séparation plus précise en ne traitant plus seulement les éléments diagonaux de ces matrices (puissance d'une source sur chaque micro), mais l'intégralité des covariances [10]. En l'absence de modèle de propagation acoustique préalable, la PSDTF se distingue par sa capacité à extraire des informations pertinentes pour la séparation des sources à partir des seules observations.

Ces deux approches sont comparées sur des données acquises dans une configuration représentative d'essais statiques moteur (Fig.1), où les puissances de quatre sources sonores (haut-parleurs) sont estimées dans une salle acoustiquement traitée, à l'aide d'un réseau semi-circulaire de microphones. Les résultats de cette expérience permettront de mieux comprendre l'efficacité de chaque méthode dans des conditions réalistes de bruit.

2 Modèles

On dispose un réseau de M microphones autour d'un moteur enregistré successivement à R régimes stabilisés. Pour séparer les K sources de bruit au sein du moteur, les séries temporelles stationnaires sont soumises à une analyse de Fourier court terme qui révèle le contenu spectral des signaux sur F fréquences et L fenêtres temporelles. Chaque fréquence est traitée dans la suite du travail de manière indépendante. Pour alléger les notations, on omettra dans la suite l'indice des fréquences.

2.1 Données

Pour chaque régime r , la matrice de covariance spatiale empirique $\mathbf{S}_r \in \mathbb{C}^{M \times M}$ est estimée en prenant L échantillons de vecteurs contenant les amplitudes complexes captées par les M microphones $\mathbf{x}_{\ell r} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$. Elle s'écrit :

$$\mathbf{S}_r = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L \mathbf{x}_{\ell r} \mathbf{x}_{\ell r}^H. \quad (1)$$

Ces matrices sont rassemblées pour l'ensemble des régimes dans le tenseur :

$$\underline{\mathbf{S}} = [\mathbf{S}_1, \dots, \mathbf{S}_R] \in \mathbb{C}^{M \times M \times R}. \quad (2)$$

En supposant les sources décorréelées, on souhaite estimer à partir de ces observations les paramètres du modèle de la matrice de covariance théorique $\underline{\Sigma}_r$:

$$\underline{\Sigma}_r = \sum_{k=1}^K q_{rk} \mathbf{V}_k + \sigma^2 \mathbf{I}_M. \quad (3)$$

Cela revient à estimer pour chaque source k : sa puissance $q_{rk} \in \mathbb{R}^+$ dans le régime r , ainsi que sa matrice de covariance spatiale invariante en régime $\mathbf{V}_k \in \mathbb{C}^{M \times M}$, semi-définie positive ($\mathbf{V}_k \succeq 0$), qui décrit sa propagation vers les microphones. Enfin, σ^2 représente la puissance d'un bruit additif spatialement blanc.

2.2 Hypothèses communes

Les modèles de décomposition tensorielle (PSDTF) comme matricielle (NMF) imposent que les motifs de puissance ou de covariance spatiale varient entre les régimes uniquement par un facteur d'échelle. Cela implique que les directivités restent identiques d'un régime à l'autre.

2.3 Factorisation de matrices non négatives (NMF)

La diagonale de la matrice de covariance empirique \mathbf{S}_r représente les puissances mesurées par les microphones. On définit la matrice des puissances prises aux R régimes

$$\mathbf{P} = [\text{diag}(\mathbf{S}_1) \dots \text{diag}(\mathbf{S}_R)] \in \mathbb{R}_+^{M \times R}$$

La NMF modélise ces puissances par un produit de facteurs positifs, $\hat{\mathbf{W}} \in \mathbb{R}_+^{M \times K}$ contenant les directivités des sources et $\hat{\mathbf{Q}} \in \mathbb{R}_+^{K \times R}$ leurs activations en régime :

$$p_{mr} \approx \sum_k \hat{w}_{mk} \hat{q}_{kr} = \hat{p}_{mr} \quad (4)$$

où $\hat{w}_k = \text{diag}(\mathbf{V}_k)$ dans (3).

On estime $\hat{\mathbf{W}}$ et $\hat{\mathbf{Q}}$ en minimisant la divergence d'Itakura-Saito (6), qui correspond au critère du maximum de vraisemblance pour l'estimation de la variance (puissance) de sources gaussiennes [3] :

$$(\hat{\mathbf{W}}, \hat{\mathbf{Q}}) = \underset{\hat{\mathbf{W}} \geq 0, \hat{\mathbf{Q}} \geq 0}{\text{argmin}} \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^R D_{IS}(p_{mr} | \hat{p}_{mr}) \quad (5)$$

où

$$D_{IS}(p_{mr} | \hat{p}_{mr}) = -\log \frac{p_{mr}}{\hat{p}_{mr}} + \frac{p_{mr}}{\hat{p}_{mr}} - 1. \quad (6)$$

On implémente en pratique des itérations multiplicatives de descente de gradient telles que proposées dans [3].

2.4 Factorisation de Tenseurs Semi-Définis Positifs (PSDTF)

La PSDTF est une extension naturelle de la NMF qui permet de prendre en compte les matrices de covariance spatiale \mathbf{S}_r complètes [9]. La PSDTF les décompose en une somme de produits des matrices de covariance des sources $\hat{\mathbf{V}}_k \succeq 0$ par leur activation en régime $\hat{q}_{rk} \geq 0$:

$$\mathbf{S}_r \approx \sum_k \hat{q}_{rk} \hat{\mathbf{V}}_k = \hat{\mathbf{S}}_r. \quad (7)$$

On estime $\hat{\mathbf{V}} = [\mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_K] \in \mathbb{C}^{M \times M \times K}$ et $\hat{\mathbf{Q}} \in \mathbb{R}^{K \times R}$ en minimisant la divergence Log-déterminant (9), qui correspond au critère de maximum de vraisemblance pour l'estimation de la matrice de covariance de sources gaussiennes multivariées [9] :

$$(\hat{\mathbf{V}}, \hat{\mathbf{Q}}) = \underset{\hat{\mathbf{V}} \succeq 0, \hat{\mathbf{Q}} \geq 0}{\text{argmin}} \sum_{r=1}^R D_{LD}(\mathbf{S}_r | \hat{\mathbf{S}}_r) \quad (8)$$

où

$$D_{LD}(\mathbf{S}_r | \hat{\mathbf{S}}_r) = -\log |\mathbf{S}_r \hat{\mathbf{S}}_r^{-1}| + \text{tr}(\mathbf{S}_r \hat{\mathbf{S}}_r^{-1}) - M, \quad (9)$$

où tr désigne la trace et $|\cdot|$ le déterminant. On implémente similairement une descente de gradient multiplicative proposée dans [9].

2.5 Post-traitement : débruitage

En l'absence de bruit et avec des sources cohérentes, les matrices de covariance des sources \mathbf{V}_k devraient être de rang 1. En pratique, le bruit décorrélé et sans motif d'activation en régime ne peut être totalement isolé, ce qui entâche l'estimation de bruit :

$$\hat{\mathbf{V}}_k = \hat{\mathbf{v}}_k \hat{\mathbf{v}}_k^H + \text{diag}(\sigma_m^2) \quad (10)$$

où la matrice $\text{diag}(\sigma_m^2)$ contient la puissance du bruit sur les différents capteurs.

Une première approche pour réduire l'influence du bruit consiste à corriger a posteriori la matrice $\hat{\mathbf{V}}_k$ estimée par PSDTF en prenant une approximation de rang 1 notée $\tilde{\mathbf{V}}_k$ [8]. Pour cela, on réalise la décomposition en valeurs propres de $\hat{\mathbf{V}}_k$ et on conserve uniquement la composante principale \mathbf{u}_1 , correspondant à la plus grande valeur propre λ_1 . On retranche ensuite la puissance moyenne du bruit, estimée par la moyenne des valeurs propres restantes :

$$\tilde{\mathbf{V}}_k \approx \lambda_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^H - \frac{1}{M-1} \sum_{i=2}^M \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H \quad (11)$$

3 Expérience

3.1 Montage expérimental

Les mesures expérimentales se veulent représentatives d'une configuration de mesures au banc moteur statique telle qu'illustrée dans la figure 1.

Nous avons disposé un réseau de 32 microphones MEMS en arc de cercle autour de quatre haut-parleurs sources. Les microphones sont uniformément espacés de 8 cm. Les haut-parleurs employés possèdent une directivité faible en dessous de 300 Hz (omnidirectionnels) et une directivité plus marquée au-delà de 3 kHz. Le dispositif est présenté figure 2.

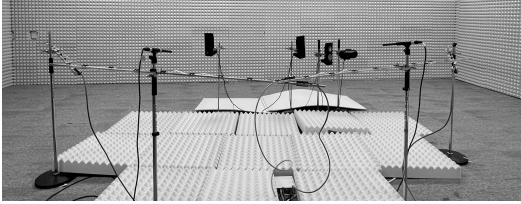


FIGURE 2 : Mesures réalisées dans le laboratoire de SafranTech. Afin de ne capter que le champ direct, des dièdres acoustiques tapissent le plafond et les murs, tandis que d'autres sont ajoutés au sol entre les sources et les capteurs.

3.2 Sources synthétiques

Les quatre sources considérées dans cette étude reproduisent la directivité caractéristique des bruits de soufflante amont et aval, de combustion et de jet. L'analyse étant effectuée fréquence par fréquence, chaque source présente un spectre de bruit blanc plat. Les coefficients de puissance des régimes sont tirés aléatoirement selon une loi exponentielle, tandis que leur directivité dépend de la fréquence étudiée et est contrainte par les caractéristiques des haut-parleurs utilisés.

Les sources sont jouées successivement et amplifiées puis combinées numériquement avec un bruit additionnel gaussien supposé décorrélé.

4 Résultats

On définit la puissance estimée d'une source k au microphone m et régime r :

$$\hat{p}_{mrk} = \begin{cases} \hat{w}_{mk} \hat{q}_{kr}, & \text{(NMF)}, \\ \hat{q}_{rk} (\hat{\mathbf{V}}_k)_{mm}, & \text{(PSDTF)}, \end{cases} \quad (12)$$

La métrique d'erreur considérée est la racine de l'erreur quadratique moyenne entre la puissance estimée d'une source et sa vraie puissance $(s_{rk})_{mm}$ obtenue avec (1) à partir de mesures des sources isolées.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{MRK} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^R (\hat{p}_{mrk} - (s_{rk})_{mm})^2} \quad (13)$$

Les matrices de covariance spatiale des sources sont représentées dans la figure 3. Chaque colonne correspond à une source distincte. La première ligne présente les valeurs de référence à la fréquence 7600Hz, pour laquelle les haut-parleurs sont relativement directifs. On observe que les sources 1 à 3 sont très proches, avec des maxima situés autour des microphones 22 à 27. Les matrices estimées par la PSDTF (deuxième ligne de la figure) révèlent néanmoins du bruit additionnel sur leur diagonale, affectant négativement la précision de l'estimation des puissances des sources. Pour pallier cet effet, des approximations de rang 1 des matrices de covariance ont été considérées (troisième ligne), ce qui améliore significativement la qualité des estimations.

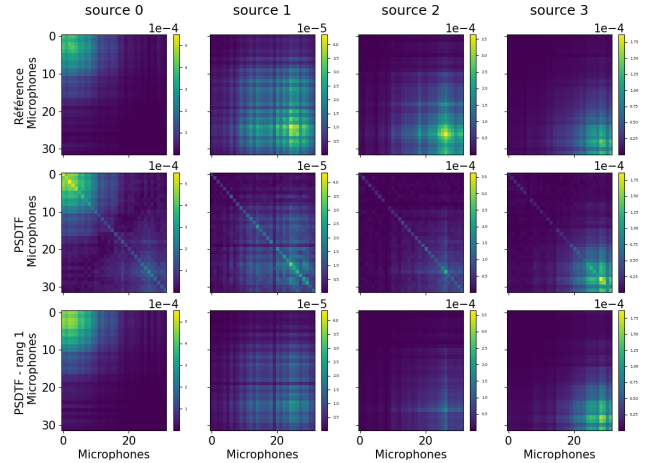


FIGURE 3 : Matrices de covariance estimées par PSDTF à 7600Hz, rapport signal-sur-bruit à 0 dB.

Les champs directivité-régime de chaque source sont représentés par colonnes dans la figure 4. Comme la NMF exploite la diagonale des matrices de covariance, on retrouve une sensibilité au bruit similaire à la PSDTF. Cela conduit les méthodes à assimiler une partie du bruit présent sur les capteurs à la puissance des sources. Cet effet peut être

nettement atténué avec la PSDTF en considérant des matrices de covariance de rang 1.

Les résultats présentés dans la figure 5 sont moyennés sur 100 répétitions, avec une initialisation et un bruit générés aléatoirement à chaque essai. Quand le bruit n'est pas dominant, le post-traitement de rang 1 ne dégrade pas la performance de la PSDTF, qui demeure supérieure à celle de la NMF. Lorsque la puissance du bruit égale ou dépasse celle des sources ($\text{SNR} \leq 0$), le débruitage améliore substantiellement la performance.

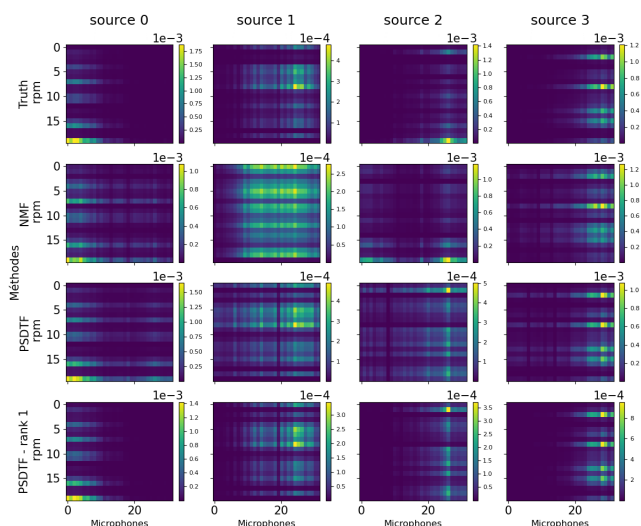


FIGURE 4 : Puissance des sources estimée selon les microphones et le régime à 7600 Hz, rapport signal-sur-bruit à 0 dB.

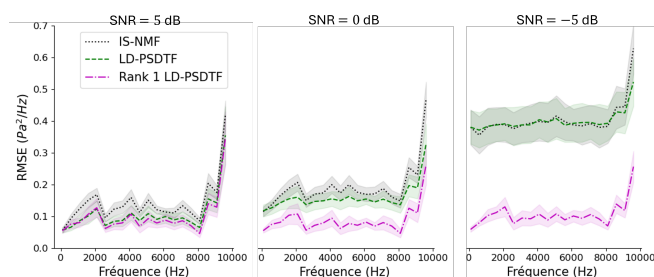


FIGURE 5 : RMSE des méthodes NMF avec divergence d'Itakura-Saito (IS-NMF), PSDTF avec Log-det divergence (LD-PSDTF) et LD-PSDTF avec post-traitement où les covariances des sources sont de rang 1. Le rapport signal-sur-bruit (SNR) est fixé à 5, 0 et -5 dB.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié l'application de la Factorisation en Matrices Non-Négatives (NMF) et de son extension, la Factorisation de Tenseurs Semi-Définis Positifs (PSDTF), à la séparation de sources acoustiques sur des mesures simulant un banc moteur statique.

Les résultats expérimentaux confirment, en accord avec des études antérieures menées en environnement réverbérant, que

la PSDTF surpasse la NMF grâce à l'exploitation complète des matrices de covariance spatiale. En outre, l'utilisation des matrices de covariance permet d'introduire une contrainte de rang faible qui améliore significativement la robustesse de la méthode vis-à-vis du bruit. Une implémentation préliminaire illustrant cette approche est proposée dans ce travail. Cette propriété est particulièrement avantageuse pour des applications en milieux très bruités comme les souffleries. Ces travaux montrent qu'il serait pertinent d'implémenter un modèle de PSDTF de rang faible pour sa robustesse au bruit au delà du gain en coût computationnel [4].

Références

- [1] V. DAYDÉ-THOMAS, C. POLACSEK, X. GLOERFELT, M. SUGIYAMA et J. MARDJONO : Tone noise prediction of an open-fan engine using a source-mode integral formulation. *In Forum Acusticum 2023*, 2023.
- [2] S. FUNKE, A. SKORPEL et U. MICHEL : An extended formulation of the sodix method with application to aeroengine broadband noise. *In 18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference)*, page 2276, 2012.
- [3] C. FÉVOTTE, N. BERTIN et J-L. DURRIEU : Nonnegative Matrix Factorization with the Itakura-Saito Divergence : With Application to Music Analysis. *Neural Computation*, 21(3) : 793–830, mars 2009.
- [4] A. LIUTKUS et K. YOSHII : A diagonal plus low-rank covariance separation model for computationally efficient source separation. *In 2017 IEEE 27th International Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP)*, pages 1–6. IEEE, 2017.
- [5] S. ROUAL, G. CHARDON, C. SOUSSEN et C. SENSAIU : A positive semi definite tensor factorization method for separation of non stationary noise sources. *In INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 270, pages 9427–9433. Institute of Noise Control Engineering, 2024.
- [6] S. ROUAL, C. SENSAIU et G. CHARDON : Informed source separation for turbofan broadband noise using non-negative matrix factorization. *In Proceedings of Forum Acusticum*, 2023.
- [7] P. SIJTSMA : Using CLEAN-SC for determining the directivity of engine noise sources. *In AIAA AVIATION 2023 Forum*, San Diego, CA and Online, juin 2023. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [8] P. STOICA, T. SÖDERSTRÖM et V. ŠIMONYT : On estimating the noise power in array processing. *Signal Processing*, 26(2) : 205–220, 1992.
- [9] K. YOSHII, R. TOMIOKA, D. MOCHIHASHI et M. GOTO : Beyond NMF : Time-domain audio source separation without phase reconstruction. *In Proceedings of ISMIR 2013*, volume 1, pages 369–374, 2013.
- [10] K. YOSHII, R. TOMIOKA, D. MOCHIHASHI et M. GOTO : Infinite positive semidefinite tensor factorization for source separation of mixture signals. *In International conference on machine learning*, pages 576–584. PMLR, 2013.